

## STATIKA

*A minimum teszt kérdései a gépészmérnöki szak hallgatói részére (2003/2004 tavaszi félév)*

| Statika                                                                                                                                                 | Pontszám |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1. A modell definíciója                                                                                                                                 | (2)      |
| 2. A szilárd test értelmezése                                                                                                                           | (1)      |
| 3. A merev test fogalma                                                                                                                                 | (1)      |
| 4. Az anyagi pont fogalma                                                                                                                               | (1)      |
| 5. Az erő értelmezése                                                                                                                                   | (1)      |
| 6. Koncentrált erő adott pontra számított nyomatékának értelmezése. (Magyarázó ábrát is készítsen.)                                                     | (2)      |
| 7. Koncentrált erő tengelyre számított nyomatékának értelmezése. (Magyarázó ábrát is készítsen.)                                                        | (2)      |
| 8. Összefüggés adott erő (erőrendszer) két pontra számított nyomatékai között. (Magyarázó ábrát is készítsen.)                                          | (2)      |
| 9. Tengely egyenlete Plücker vektorokkal. (Magyarázó ábrát is készítsen.)                                                                               | (2)      |
| 10. Erőrendszer redukált vektorkettőse                                                                                                                  | (2)      |
| 11. Két erőrendszer egyenértékűségének értelmezése                                                                                                      | (2)      |
| 12. Az egyenértékűség kritériumai                                                                                                                       | (4)      |
| 13. Egyensúlyi erőrendszer értelmezése                                                                                                                  | (2)      |
| 14. Erőrendszer egyensúlyi voltának kritériumai                                                                                                         | (4)      |
| 15. Erőrendszer centrális egyenesének értelmezése (egyik a 2 féle válasz közül)                                                                         | (2)      |
| 16. A centrális egyenes egyenlete                                                                                                                       | (2)      |
| 17. A centrális egyenes origóhoz legközelebb fekvő pontjának helyvektora (a számítási képlet)                                                           | (2)      |
| 18. Erőrendszerek osztályozása redukált vektorkettősük alapján                                                                                          | (4)      |
| 19. Párhuzamos erőrendszer vektorközéppontját értelmező képlet                                                                                          | (2)      |
| 20. A súlypont értelmezése                                                                                                                              | (1)      |
| 21. Reciprok vektorhármasság értelmezése                                                                                                                | (3)      |
| 22. Tengelyek lineáris függetlenségének értelmezése                                                                                                     | (3)      |
| 23. Három nem párhuzamos erő egyensúlyának feltételei                                                                                                   | (2)      |
| 24. Két erő egyensúlyának feltételei                                                                                                                    | (2)      |
| 25. Tetszőleges térfogaton megoszló erőrendszer eredő vektorkettősének számítási képletei. (Magyarázó ábrát is készítsen.)                              | (3)      |
| 26. Tetszőleges felületen megoszló erőrendszer eredő vektorkettősének számítási képletei. (Magyarázó ábrát is készítsen.)                               | (3)      |
| 27. Tetszőleges vonal mentén megoszló erőrendszer eredő vektorkettősének számítási képletei. (Magyarázó ábrát is készítsen.)                            | (3)      |
| 28. Egyenletesen megoszló terhelés eredője és centrális egyenese                                                                                        | (2)      |
| 29. Háromszögalakú terhelés eredője és centrális egyenese                                                                                               | (2)      |
| 30. Parabolalakú terhelés eredője és centrális egyenese – a parabola csúcspontjában zérus a terhelés, a csúcspont az intervallum kezdőpontjában van     | (2)      |
| 31. Parabolalakú terhelés eredője és centrális egyenese – a parabola csúcspontjában maximális a terhelés, a csúcspont az intervallum kezdőpontjában van | (2)      |
| 32. Test origóra számított statikai nyomatékának értelmezése                                                                                            | (2)      |
| 33. Test koordináta síkokra számított statikai nyomatékának értelmezése                                                                                 | (3)      |
| 34. Összefüggés két pontra számított statikai nyomaték között                                                                                           | (2)      |
| 35. A tömegközéppont értelmezése                                                                                                                        | (1)      |
| 36. A tömegközéppont origóra vonatkoztatott helyvektorának számítása                                                                                    | (2)      |

37. Geometriai alakzatok (térfogati tartomány, felület és görbe) origóra vett statikai nyomatékának értelmezése (3 × 2)
38. A statika főtétele, a tartós nyugalom szükséges feltétele (2)
39. A tartós nyugalom elégséges feltétele (2)
40. A statika alapfeladata (2)
41. A statikailag határozott és statikailag határozatlan szerkezet fogalma (4)
42. Milyen feltételek esetén érvényes a Coulomb-féle súrlódási törvény? (3)
43. A Coulomb-féle súrlódási törvény. (Magyarázó ábrát is készítsen.) (4)
44. Az egyszerű szerkezet definíciója (2)
45. Az összetett szerkezet definíciója (2)
46. A rúd definíciója (2)
47. A rúd középvonalának értelmezése (2)
48. A rúdszerkezet definíciója (1)
49. A rácsos tartó definíciója (2)
50. Az igénybevételek értelmezése (2)
51. Az igénybevételek előjelszabálya síkbeli ábrákon történő szemléltetéssel (3)
52. Az igénybevételek előjelszabálya térbeli ábrákon történő szemléltetéssel (3)
53. Síkbeli terhelésű egyenes rúd egyensúlyi egyenletei differenciális alakban (2)
54. Síkbeli terhelésű egyenes rúd egyensúlyi egyenletei integrál alakban (2)
55. Térgörbe rúd egyensúlyi egyenletei (2+2)
56. Az ideális kötél (2)
57. Kötélerő számítása körhengeren csúszó kötél esetén (2)

## STATIKA

### *A minimum teszt statika kérdéseinek megoldásai*

1. A modell olyan idealizált test – vagy testekből álló rendszer –, melyre nézve csak a vizsgálat szempontjából lényeges tulajdonságokat tartjuk meg, a vizsgálat szemszögéből nem lényeges tulajdonságokat pedig elhagyjuk.
2. A szilárd test bármely anyagi pontjára igaz, hogy a tekintett anyagi pont és a környezetében lévő többi anyagi pontok egymáshoz viszonyított elrendezettsége (eltérve a folyadékoktól és gázoktól) változatlan marad a test mozgása során. A test alakváltozásra képes.
3. A merev test olyan szilárd test melyben bármely két pont távolsága állandó marad a test mozgása során.
4. Az anyagi pont olyan test melynek méretei a vizsgálat szemszögéből elhanyagolhatóak. Mozgása egyetlen pontjának mozgásával jellemezhető.
5. Az erő két test kölcsönhatása. A műszaki mechanikában a kölcsönhatás többnyire felületi érintkezéssel jön létre.
6. Legyen  $P$  az  $\mathbf{F}$  koncentrált erő támadáspontja. Az  $\mathbf{F}$  erő  $A$  pontra vett nyomatékát ( $P \neq A$ ) az

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{AP} \times \mathbf{F}$$

összefüggés értelmezi. Itt  $\mathbf{r}_A$  az  $A$  pont,  $\mathbf{r}_P$  a  $P$  pont,  $\mathbf{r}_{AP} = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_A$  pedig az erő  $P$  támadáspontjának  $A$  pontra vonatkoztatott helyvektora.

7. Legyen  $P$  az  $\mathbf{F}$  koncentrált erő támadáspontja. Jelölje  $A$  a tengely egy pontját. Legyen  $\mathbf{M}_A$  az erő nyomatéka az  $A$  pontra. Legyen továbbá  $\mathbf{a}$  az  $a$  tengely irányvektora. Az  $\mathbf{F}$  erő  $a$  tengelyre számított nyomatékát az

$$m_a = \mathbf{M}_A \cdot \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{e}_a$$

összefüggés értelmezi.

8. Legyen  $\mathbf{M}_A$  és  $\mathbf{M}_B$  az  $\mathbf{F}$  koncentrált erő [vagy adott erőrendszer (ennek eredőjét ugyancsak  $\mathbf{F}$  jelöli)] nyomatéka az egymástól különböző  $A$  és  $B$  pontokra. Az  $\mathbf{r}_{AB}$  a  $B$  pont  $A$  pontra vonatkoztatott,  $\mathbf{r}_{BA} = -\mathbf{r}_{AB}$  pedig az  $A$  pont  $B$  pontra vonatkoztatott helyvektora. Az

$$\mathbf{M}_B = \mathbf{M}_A + \mathbf{F} \times \mathbf{r}_{AB}$$

egyenlet a két pontra számított nyomatékok közötti összefüggés. Az összefüggés

$$\mathbf{M}_B = \mathbf{M}_A + \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}$$

alakja szavakban is megfogalmazható. Eszerint *a B pontra vett nyomaték egyenlő az A pontra vett nyomaték plusz az A pontba áthelyezett erő (eredő) nyomatéka a B pontra.*

9. Jelölje  $\mathbf{a}$  a tengely irányvektorát. Legyen  $P_1$  a tengely egy rögzített pontja. A tengely egy tetszőleges pontjának (a  $P$  futópontnak)  $\mathbf{r}$ , a  $P_1$  pontnak pedig  $\mathbf{r}_1$  a helyvektora. Az egyenes vektor egyenlete az

$$\mathbf{a} \times \mathbf{r} + \mathbf{b} = 0$$

alakban írható fel, ahol  $\mathbf{b} = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{a}$  az irányvektor nyomatéka az origóra.

10. A  $P_i$  pontokban ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) működő  $\mathbf{F}_i$  erők és  $\mathbf{M}_i$  nyomatékok – egyikük zérus is lehet – összessége az erőrendszer fogalmának egy általánosítása. A  $P_i$  pont  $A$  pontra vonatkoztatott helyvektora  $\mathbf{r}_{AP_i}$ . Az így értelmezett erőrendszer redukált vektorkettősét (erőkettősét) a

$$[\mathbf{F}(A), \mathbf{M}_A]$$

módon jelöljük. Itt

$$\mathbf{F}(A) = \mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

az erőrendszer eredő vektora (az erőrendszer eredője),

$$\mathbf{M}_A = \sum_{i=1}^n (\mathbf{M}_i + \mathbf{r}_{APi} \times \mathbf{F}_i)$$

pedig az erőrendszer  $A$  pontra számított nyomatéka (eredő nyomaték).

11. Két erőrendszer akkor egyenértékű, ha a nyomatéki vektortereik azonosak.

12. Egyenértékűségi kritériumok.

Az {első} [második] erőrendszerrel kapcsolatos mennyiségeket {egy vessző} [kettő vessző] jelöli. Három kritériumrendszer használatos:

I. *Kritérium:*

Legyen az  $A$  tetszőleges de rögzített pont. Ha fennállnak az

$$\mathbf{F}'(A) = \mathbf{F}''(A), \quad \mathbf{M}'_A = \mathbf{M}''_A$$

egyenletek, azaz ha megegyezik az  $A$  pontban a két erőrendszer redukált vektorkettőse, akkor a két erőrendszer egyenértékű.

II. *Kritérium:*

Legyen az  $A$ ,  $B$  és  $C$  a tér három, nem egy egyenesre eső (nem kollineáris) pontja. Ha fennállnak az

$$\mathbf{M}'_A = \mathbf{M}''_A, \quad \mathbf{M}'_B = \mathbf{M}''_B, \quad \mathbf{M}'_C = \mathbf{M}''_C$$

egyenletek, azaz ha megegyezik a két erőrendszer  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontokra számított nyomatéka, akkor a két erőrendszer egyenértékű.

III. *Kritérium:*

Jelölje  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) a tér tetszőleges hat lineárisan független tengelyét. Ha fennállnak az

$$m'_i = m''_i \quad (i = 1, 2, \dots, 6)$$

egyenletek, azaz ha megegyezik a két erőrendszer hat lineárisan független tengelyre számított nyomatéka, akkor a két erőrendszer egyenértékű.

13. Egyensúlyi az erőrendszer, ha zérus nyomatéki vektorteret hoz létre.

14. Kritériumok az erőrendszer erőrendszer egyensúlyi volta.

Három kritériumrendszer használatos:

I. *Kritérium:*

Legyen az  $A$  tetszőleges de rögzített pont. Ha fennállnak az

$$\mathbf{F}(A) = 0, \quad \mathbf{M}_A = 0$$

egyenletek, azaz ha zérus az erőrendszer redukált vektorkettőse az  $A$  pontban, akkor az erőrendszer egyensúlyi.

II. *Kritérium:*

Legyen az  $A$ ,  $B$  és  $C$  a tér három, nem egy egyenesre eső (nem kollineáris) pontja. Ha fennállnak az

$$\mathbf{M}_A = 0, \quad \mathbf{M}_B = 0, \quad \mathbf{M}_C = 0$$

egyenletek, azaz ha zérus az erőrendszer  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontokra számított nyomatéka, akkor az erőrendszer egyensúlyi

### III. Kritérium:

Jelölje  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) a tér tetszőleges hat lineárisan független tengelyét. Ha fennállnak az

$$m_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 6)$$

egyenletek, azaz ha zérus az erőrendszer hat lineárisan független tengelyre számított nyomatéka, akkor az erőrendszer egyensúlyi.

15. 1. *Definíció:*

A centrális egyenes azon pontok mértani helye, ahol az erőrendszer eredő erővektora és eredő nyomatékvektora egymással párhuzamos.

2. *Definíció:*

A centrális egyenes azon pontok mértani helye, ahol zérus az erőrendszer eredő nyomatékának az eredő erővektorra merőleges összetevője.

16. Legyen  $P$  a centrális egyenes futópontja és jelölje  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{OP}$  a futópont origóra vonatkozó helyvektorát. Az erőrendszer eredőjét  $\mathbf{F}$ , origóra számított nyomatékát  $\mathbf{M}_0$  jelöli. A centrális egyenes egyenlete:

$$\mathbf{F} \times \mathbf{r} + \mathbf{M}_{0\perp} = 0 \quad \left( \mathbf{M}_{0\perp} = \frac{1}{\mathbf{F}^2} \mathbf{F} \times (\mathbf{M}_0 \times \mathbf{F}) \right)$$

17. Legyen  $\mathbf{F}$  az erőrendszer eredője, és jelölje  $\mathbf{M}_0$  az erőrendszer origóra számított nyomatékát. A centrális egyenes origóhoz legközelebb fekvő  $C$  pontjának

$$\mathbf{r}_{0C} = \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{M}_0}{\mathbf{F}^2}$$

a helyvektora.

18. Erőrendszerek osztályozása redukált vektorkettősük alapján:

|      |                              |                                                                 |                                |
|------|------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| 1.a. | $\mathbf{F} = \mathbf{0}$    | $\mathbf{M}_A = 0$                                              | Egyensúlyi ER                  |
| 1.b. | $\mathbf{F} = \mathbf{0}$    | $\mathbf{M}_A \neq 0$                                           | Erőpár                         |
| 2.a. | $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$ | $\mathbf{F} \cdot \mathbf{M}_A = 0$                             | Egyetlen erővel egyenértékű ER |
| 2.b. | $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$ | $\mathbf{M}_A \neq 0$ és $\mathbf{F} \cdot \mathbf{M}_A \neq 0$ | Erőcsavar                      |

19. Legyen  $\mathbf{r}_{oi}$  az  $\mathbf{F}_i = F_i \mathbf{e}$  erővektor támadáspontjának helyvektora. ( $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $\mathbf{e}$  az erők közös irányvektora.) A párhuzamos erőrendszer vektorközéppontját az

$$\mathbf{r}_{0K} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_{oi} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

egyenlet értelmezi. Vegyük észre, hogy  $\mathbf{r}_{0K}$  független  $\mathbf{e}$ -től. Ha a vektorközéppont létezik, azaz  $\sum_{i=1}^n F_i \neq 0$  akkor a vektorközéppontban az erőrendszer az eredőjével helyettesíthető.

20. A súlypont a súlyerőrendszer, mint párhuzamos erőrendszer vektorközéppontja.
21. Legyen  $\mathbf{a}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) a tér egy  $P$  pontjához kötött. Feltételezzük, hogy az  $\mathbf{a}_i$  vektoroknak nincs közös síkja, azaz  $a_o = (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \cdot \mathbf{a}_3 \neq 0$ . Ez esetben az  $\mathbf{a}_i$  vektorok bázist alkotnak a  $P$  pontban, azaz bármely vektor előállítható az  $\mathbf{a}_i$  vektorok egy lineáris kombinációjaként. Az  $\mathbf{a}_i$  vektorokhoz tartozó reciprok bázist (reciprok vektorokat) az

$$\mathbf{a}_1^* = \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{a_o}, \quad \mathbf{a}_2^* = \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{a_o}, \quad \mathbf{a}_3^* = \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{a_o}$$

képletek értelmezik. Könnyű ellenőrizni, hogy

$$\mathbf{a}_i^* \cdot \mathbf{a}_j = \begin{cases} 0 & \text{ha } i \neq j \\ 1 & \text{ha } i = j \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

22. Az  $\mathbf{a}_i \times \mathbf{r} + \mathbf{b}_i = 0$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) tengelyek lineárisan függetlenek, ha az  $\mathbf{a}_i$  és  $\mathbf{b}_i$  vektorokból összeállított determinánsra nézve fennáll, hogy

$$\begin{vmatrix} a_{1x} & a_{2x} & a_{3x} & a_{4x} & a_{5x} & a_{6x} \\ a_{1y} & a_{2y} & a_{3y} & a_{4y} & a_{5y} & a_{6y} \\ a_{1z} & a_{2z} & a_{3z} & a_{4z} & a_{5z} & a_{6z} \\ b_{1x} & b_{2x} & b_{3x} & b_{4x} & b_{5x} & b_{6x} \\ b_{1y} & b_{2y} & b_{3y} & b_{4y} & b_{5y} & b_{6y} \\ b_{1z} & b_{2z} & b_{3z} & b_{4z} & b_{5z} & b_{6z} \end{vmatrix} \neq 0.$$

23. Három nem párhuzamos erő egyensúlyi erőrendszert alkot (egyensúlyban van), ha
- a három erő mint vektor zárt háromszöget alkot,
  - a háromszögben folytonos az erővektorok nyílfolyama és
  - az erők hatásvonalai egy pontban metszik egymást.
24. Két erő egyensúlyi erőrendszert alkot (egyensúlyban van), ha
- közös a hatásvonaluk,
  - azonos az abszolút értékük és
  - ellentétes az irányuk.
25. Legyen  $V$  a vizsgált test által kitöltött térfogati tartomány. Jelölje  $\mathbf{q}$  a  $V$  térfogaton megoszló erőrendszer sűrűségvektorát. A  $\mathbf{q}$  sűrűségvektor a hely, azaz az origóra vonatkoztatott  $\mathbf{r}$  helyvektor függvénye. A térfogaton megoszló erőrendszer origóba redukált eredő vektorkettőse az

$$\mathbf{F} = \int_{(V)} \mathbf{q}(\mathbf{r}) dV, \quad \mathbf{M}_0 = \int_{(V)} \mathbf{r} \times \mathbf{q}(\mathbf{r}) dV$$

képletekből számítható.

26. Legyen  $A$  egy kétmértű tartomány (felület). Jelölje  $\mathbf{p}$  az  $A$  felületen megoszló erőrendszer sűrűségvektorát. A  $\mathbf{p}$  sűrűségvektor a hely, azaz az origóra vonatkoztatott  $\mathbf{r}$  helyvektor függvénye. A felületen megoszló erőrendszer origóba redukált eredő vektorkettőse az

$$\mathbf{F} = \int_{(A)} \mathbf{p}(\mathbf{r}) dA, \quad \mathbf{M}_0 = \int_{(A)} \mathbf{r} \times \mathbf{p}(\mathbf{r}) dA$$

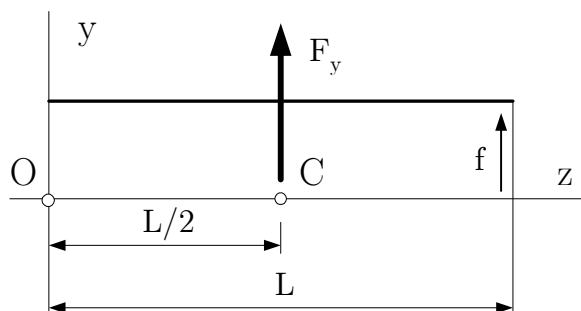
képletekből számítható.

27. Legyen  $\mathcal{L}$  egymértű tartomány (görbe vagy egyenes vonal). Jelölje  $\mathbf{f}$  az  $\mathcal{L}$  görbén (vonalon) megoszló erőrendszer sűrűségvektorát. Az  $\mathbf{f}$  sűrűségvektor a hely, azaz az origóra vonatkoztatott  $\mathbf{r}$  helyvektor függvénye. A görbén (vonalon) megoszló erőrendszer origóba redukált eredő vektorkettőse az

$$\mathbf{F} = \int_{(\mathcal{L})} \mathbf{f}(\mathbf{r}) ds, \quad \mathbf{M}_0 = \int_{(\mathcal{L})} \mathbf{r} \times \mathbf{f}(\mathbf{r}) ds$$

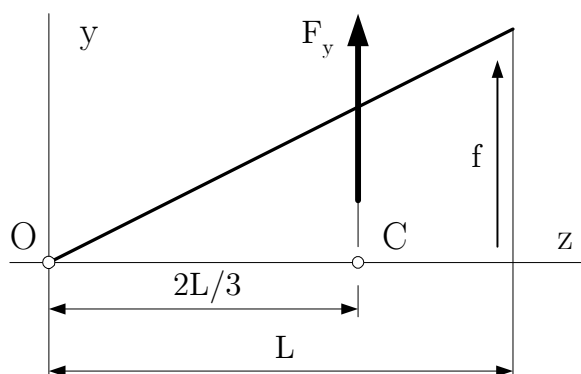
képletekből számítható.

28. Az ábra jelöléseivel



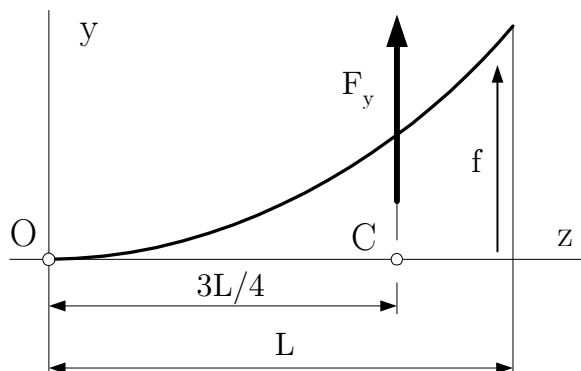
$F_y = Lf$  az ered és a centrális egyenes a  $z_C = L/2$  pontban metszi a  $z$  tengelyt.

29. Az ábra jelöléseivel



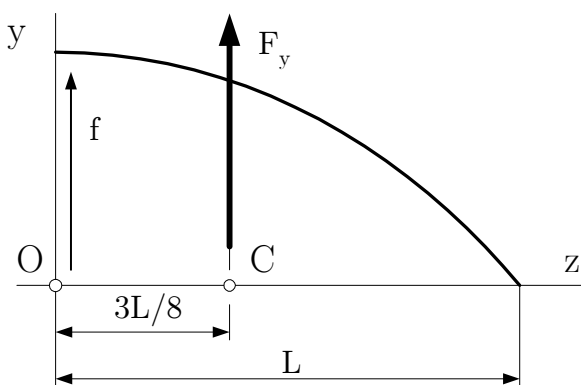
$F_y = Lf/2$  az eredő és a centrális egyenes a  $z_C = 2L/3$  pontban metszi a  $z$  tengelyt.

30. Az ábra jelöléseivel



$F_y = Lf/3$  az eredő és a centrális egyenes a  $z_C = 3L/4$  pontban metszi a  $z$  tengelyt.

31. Az ábra jelöléseivel



$F_y = 2Lf/3$  az eredő és a centrális egyenes a  $z_C = 3L/8$  pontban metszi a  $z$  tengelyt.

32. Legyen  $V$  a vizsgált  $m$  tömegű test által kitöltött térfogati tartomány. Jelölje  $\rho$  a test sűrűségét. A  $\rho$  sűrűség általános esetben a hely, azaz az origóra vonatkoztatott  $\mathbf{r}$  helyvektor függvénye. Az origóra számított statikai nyomatékot az

$$\mathbf{S}_O = \int_{(m)} \mathbf{r} \underbrace{dm}_{\rho dV} = \int_{(V)} \mathbf{r} \rho dV$$

képlet értelmezi.

33. Felhasználva az előző kérdésre adott választ az  $yz$ ,  $zx$  és  $xy$  koordináta síkokra számított statikai nyomatékokat az

$$\begin{aligned} S_{yz} &= \mathbf{S}_O \cdot \mathbf{e}_x = \int_{(m)} x dm = \int_{(V)} x \rho dV, \\ S_{zx} &= \mathbf{S}_O \cdot \mathbf{e}_y = \int_{(m)} y dm = \int_{(V)} y \rho dV, \\ S_{xy} &= \mathbf{S}_O \cdot \mathbf{e}_z = \int_{(m)} z dm = \int_{(V)} z \rho dV \end{aligned}$$

képletek értelmezik.

34. Legyen  $\mathbf{S}_A$  és  $\mathbf{S}_B$  adott anyagi pontrendszer [ $m_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) az egyes anyagi pontok tömege] vagy egy test [ $\Omega$  a test által kitöltött tartomány (ez vagy  $V$ , vagy  $A$ , vagy pedig  $\mathfrak{L}$ ),  $\rho$  a tartományra vonatkoztatott sűrűség,  $d\Omega$  a tartomány elem (ez vagy  $dV$ , vagy  $dA$ , vagy pedig  $ds$ )] statikai nyomatéka az egymástól különböző  $A$  és  $B$  pontokra. Az  $\mathbf{r}_{AB}$  a  $B$  pont  $A$  pontra vonatkoztatott,  $\mathbf{r}_{BA} = -\mathbf{r}_{AB}$  pedig az  $A$  pont  $B$  pontra vonatkoztatott helyvektora. Az

$$\mathbf{S}_B = \mathbf{S}_A - m\mathbf{r}_{AB}$$

egyenlet a két pontra számított nyomatékok közötti összefüggés. Itt

$$m = \sum_{i=1}^n m_i \quad \text{vagy} \quad m = \int_{(m)} dm = \int_{(\Omega)} \rho d\Omega.$$

Az összefüggés

$$\mathbf{S}_B = \mathbf{S}_A + m\mathbf{r}_{BA}$$

alakja szavakban is megfogalmazható. Eszerint a  $B$  pontra vett statikai nyomaték egyenlő az  $A$  pontra vett statikai nyomaték plusz az  $A$  pontba koncentrált teljes tömeg statikai nyomatéka a  $B$  pontra.

35. A tömegközéppont az a pont, amelyre a vizsgált anyagi pontrendszernek vagy testnek zérus a statikai nyomatéka.
36. Legyen  $\mathbf{S}_O$  a vizsgált  $m$  tömegű anyagi pontrendszer vagy test statikai nyomatéka az origóra. A tömegközéppont origóra vonatkoztatott helyvektorát az

$$\mathbf{r}_{OT} = \frac{\mathbf{S}_O}{m}$$

képlet adja.

37. Legyen  $V$  a vizsgált térfogati tartomány és  $\mathbf{r}$  a helyvektor. A  $V$  tartomány origóra vett statikai nyomatékát az

$$\mathbf{S}_O = \int_{(V)} \mathbf{r} dV$$

integrál értelmezi.

Legyen  $A$  a vizsgált kétméretű tartomány (felület) és  $\mathbf{r}$  a helyvektor. Az  $A$  felület origóra vett statikai nyomatékát az

$$\mathbf{S}_O = \int_{(A)} \mathbf{r} dA$$



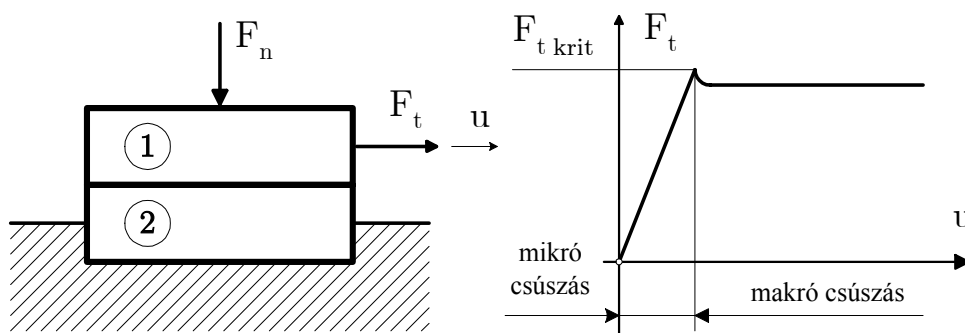
integrál értelmezi.

Legyen  $\mathcal{L}$  a vizsgált egyméretű tartomány (görbe vagy egyenes vonal) és  $\mathbf{r}$  a helyvektor. Az  $\mathcal{L}$  görbe origóra vett statikai nyomatékát az

$$\mathbf{S}_O = \int_{(\mathcal{L})} \mathbf{r} ds$$

integrál értelmezi.

38. A statika főtétele kimondja, hogy *egy merev test, vagy egy merev testekből álló rendszer csak akkor lehet tartós nyugalomban, ha a reá ható teljes külső erőrendszer — terhelések és támasztóerők — egyensúlyi erőrendszert alkot.*
39. A tartós nyugalom elégséges feltétele, hogy a vizsgált test vagy merev testekből álló rendszer úgy legyen megtámasztva, hogy semilyen mozgást ne tudjon végezni, ha erők hatnak rá.
40. A statika alapfeladata egyetlen merev test, vagy *merev testekből álló szerkezet* esetén a támasztóerők és nyomatékok, *a támasztóerők és nyomatékok, valamint a szerkezetet alkotó testek között fellépő belső erők* meghatározása statikai módszerekkel (egyensúlyi egyenletek felhasználásával).
41. A vizsgált szerkezetet (egyetlen merev testet, *vagy merev testekből álló rendszert*) *statikailag határozottnak* nevezzük, ha a statikai ismeretlenek (támasztóerők és nyomatékok, *támasztóerők és nyomatékok, valamint belső erők*) száma megegyezik a statikai egyenletek számával.  
A vizsgált szerkezetet (egyetlen merev testet, *vagy merev testekből álló rendszert*) *statikailag határozatlannak* nevezzük, ha a statikai ismeretlenek (támasztóerők- és nyomatékok, *támasztóerők- és nyomatékok, valamint belső erők*) száma nagyobb mint a statikai egyenletek száma.
42. A Coulomb féle súrlódási törvény a következő feltételek mellett érvényes:
  - az érintkező testek merevnek tekinthetők,
  - az érintkezés sík felület mentén jön létre,
  - a testek között nincs kenőanyag (száraz súrlódás).
43. A baloldali ábra az érintkező testeket szemlélteti, a jobboldali ábra az  $F_t - u$  elmozdulás diagram.



Az érintkező testeket összeszorító  $F_n$  erő állandó. A vízszintes  $F_t$  erő értékét fokozatosan növeljük. A tapasztalat szerint az érintkező testek között nagy relatív  $u$  elmozdulások jöhetnek létre, ha az  $F_t$  elér egy kritikus értéket. A kritikus  $F_t$  erő arányos a testeket összenyomó  $F_n$  normál erővel:

$$F_{tkr} = \mu_0 F_n$$

A  $\mu_0$  arányossági tényező a nyugvásbeli súrlódási tényező. Ha a felső test mozog, akkor

$$F_t = \mu F_n \quad \mu \leq \mu_0$$

ahol  $\mu$  a mozgásbeli súrlódási tényező.

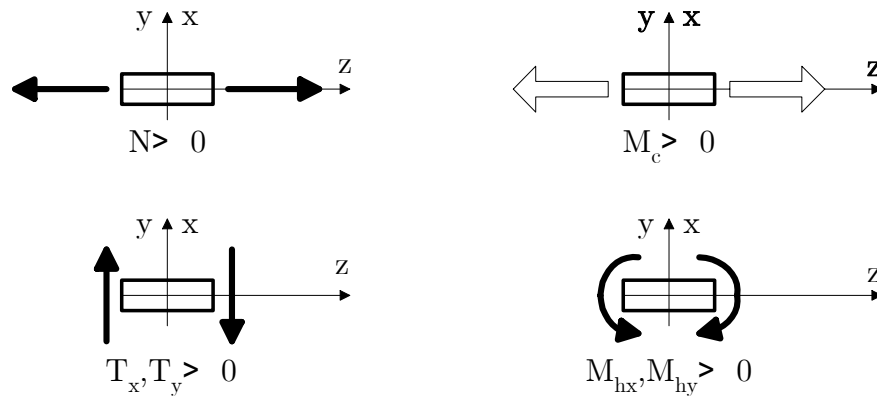
44. Egyszerű szerkezetről beszélünk, ha a szerkezet egy merev testből áll.
45. Összetett szerkezetről beszélünk, ha a szerkezet több merev testből áll.
46. A rúd olyan merev test amelynek egy jellemző mérete sokkal nagyobb mint a másik két jellemző mérete. A mechanikai modellalkotás során a rúdat egy vonallal (középvonallal, súlyponti szállal) helyettesítjük és a rúd mechanikai viselkedésére jellemző mennyiségeket ehhez a vonalhoz kötjük.
47. A rúd középvonala a rúd keresztmetszeteinek súlypontjait összekötő vonal.
48. A rúdszerkezet rudakból álló összetett szerkezet.
49. A rácsos tartó modellje olyan rúdszerkezet melyben az egyes rudak végpontjai csuklóval kapcsolódnak egymáshoz és a szerkezetre csak a csuklópontokban hatnak külső erők.
50. A rúd adott keresztmetszetének igénybevételei alatt a keresztmetszeten megoszló belső erőrendszer keresztmetszet  $S$  súlypontjába redukált eredő vektorkettőssének komponenseit értjük adott előjelszabállyal véve ezeket. Pozitív  $z$  normálisú keresztmetszetben

$$\mathbf{F}_s = -T_x \mathbf{e}_x - T_y \mathbf{e}_y + N_z \mathbf{e}_z$$

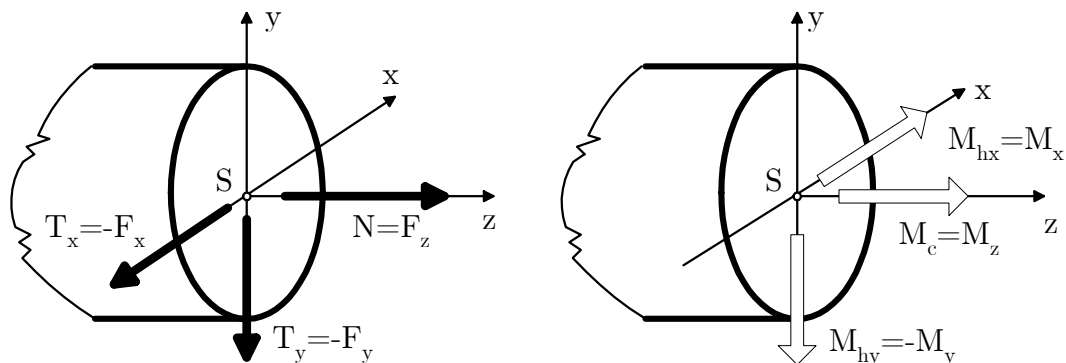
$$\mathbf{M}_s = M_{hx} \mathbf{e}_x - M_{hy} \mathbf{e}_y + M_c \mathbf{e}_z$$

a belső erőrendszer keresztmetszet  $S$  súlypontjába redukált eredő vektorkettőse. Itt  $T_x$ ,  $T_y$  és  $N_z$  rendre az  $x$ ,  $y$  irányú nyíróerő és a ruderő,  $M_{hx}$ ,  $M_{hy}$  és  $M_c$  rendre az  $x$  és  $y$  irányú hajlítónyomaték illetve a csavarónyomaték.

51. Az előző kérdésre adott válasz alapján a síkbeli ábra az egyes igénybevételek előjel-szabályát szemlélteti:



52. A 46. kérdésre adott válasz alapján a térbeli ábra az egyes igénybevételek előjel-szabályát szemlélteti:



53. A síkbeli terhelésű egyenes rúd egyensúlyi egyenleteit differenciális alakban a

$$\frac{dT_y}{dz} = f_y(z), \quad \frac{dM_{hx}}{dz} = -T_y(z)$$

egyenletek alkotják  $-f_y(z)$  a megoszló terhelés sűrűsége,  $T_y(z)$  a nyíróerő,  $M_{hx}(z)$  a hajlítóigénybevétel.

54. A síkbeli terhelésű egyenes rúd egyensúlyi egyenleteit integrál alakban a

$$T_y(z) - T_{y0} = \int_{z_0}^z f_y(\zeta) d\zeta, \quad M_{hx}(z) - M_{hx0} = - \int_{z_0}^z T_y(\zeta) d\zeta$$

egyenletek alkotják  $-f_y(z)$  a megoszló terhelés sűrűsége,  $T_y(z)$  és  $T_{y0}$  a nyíróerő a  $z$  illetve a  $z_0$  pontban,  $M_{hx}(z)$  és  $M_{hx0}$  a hajlítóigénybevétel  $z$  illetve a  $z_0$  pontban.

55. Jelölje rendre  $s$  és  $\mathbf{t}$  a rúd középvonala mentén mért ívkoordinátát és a középvonallal érintőirányú egységvektorát. Legyen  $\mathbf{F}_S(s)$  és  $\mathbf{M}_S(s)$  a rúdkeresztmetszeten megoszló belső erőrendszer eredője és a keresztmetszet súlypontjára vett nyomatéka. Legyen továbbá  $\mathbf{f}(s)$  és  $\mathbf{m}(s)$  a rúd középvonalán megoszló külső erő-, és erőpárrendszer. Ezekkel a jelölésekkel

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{F}_S(s)}{ds} + \mathbf{f}(s) &= 0, \\ \frac{d\mathbf{M}_S(s)}{ds} + \mathbf{t} \times \mathbf{F}_S(s) + \mathbf{m}(s) &= 0 \end{aligned}$$

az egyensúlyi egyenletek.

56. Az ideális kötél tökéletesen hajlékony, nyújthatatlan és csak húzásra vehető igénybe (nincs ellenállása a nyomóerővel szemben).
57. Jelölje  $\varphi - \varphi_0$  annak az ívnek a központi szögét, amelyen a kötél mozog – itt  $\varphi$  és  $\varphi_0$  rendre az ív vég-, illetve kezdőpontjához tartozó polárszög. Legyen továbbá  $N$  és  $N_0$  a vég-, illetve kezdőpontbeli kötélérő. Ezekkel a jelölésekkel

$$N = N_0 e^{\pm \mu(\varphi - \varphi_0)}$$

ahol a növekvő polárszög irányú mozgáshoz a  $+$ , az ezzel ellenkező irányú mozgáshoz a  $-$  előjel tartozik.