

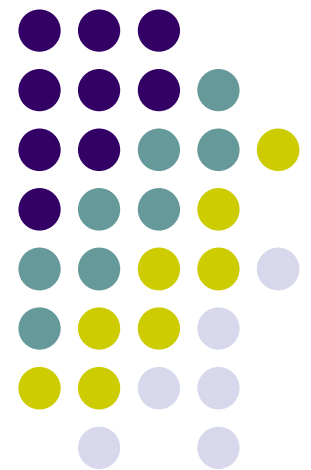
# Végeselem – módszer

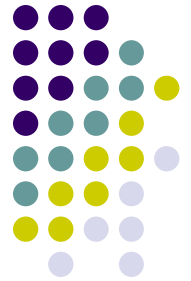
## (VEM) alapjai

### 1. előadás

---

**Páczelt István**  
Miskolci Egyetem





# Nagyon fontos!!

- <http://gepesz.uni-miskolc.hu/hefop>
  - Jegyzetek tanszékenként
    - ME Gépészmérnöki és Informatikai kar
      - Mechanikai Tanszék
        - VEM-ME-eloadas: Végeselem-módszer alapjai (előadásvázlat ppt) %%
        - VEM-ME-jegyzet: A végeselem-módszer alapjai (elektronikus jegyzet pdf)

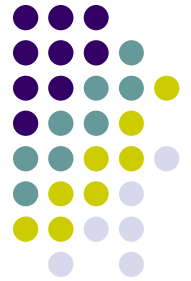
**Kérünk mindenkit a %% anyag letöltésére és kinyomtatására!**



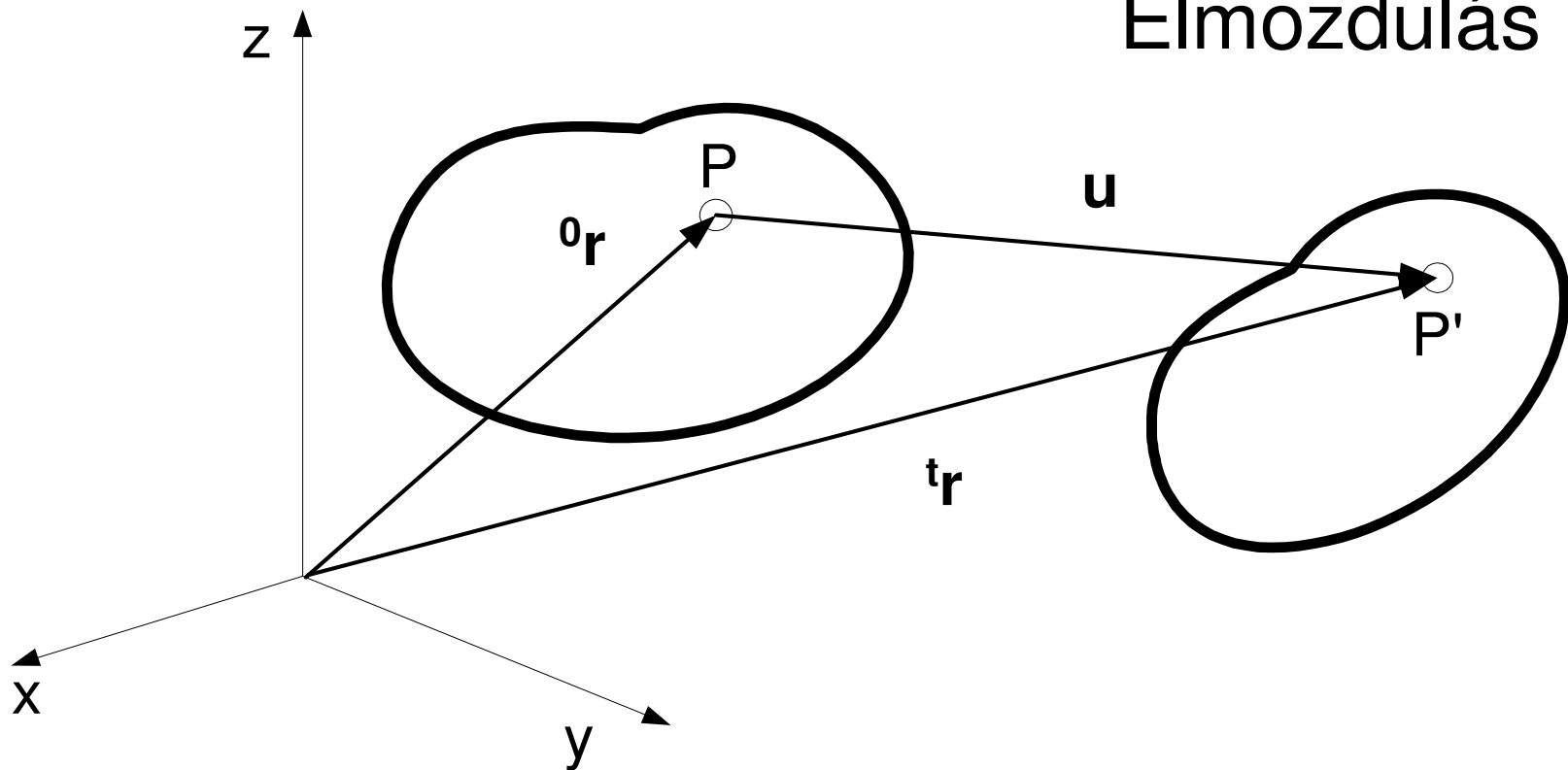
# Mechanika a legrégebbi kezdetekkel rendelkező természettudomány

- Mozgás, helyváltoztatás
- **Kinematika:** a mechanikai mozgás leírásával
- **Dinamika:** a mozgás okaival foglalkozik

# Mechanikai alapfogalmak

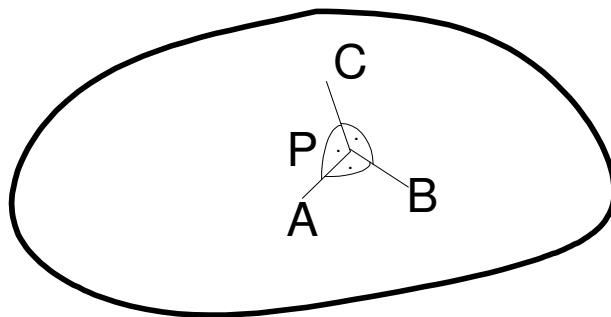


Elmozdulás



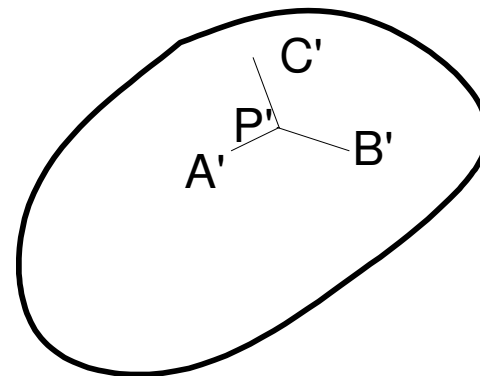


## Alakváltozás



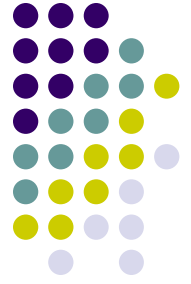
$$PA=1$$

APB szög= 90 fok

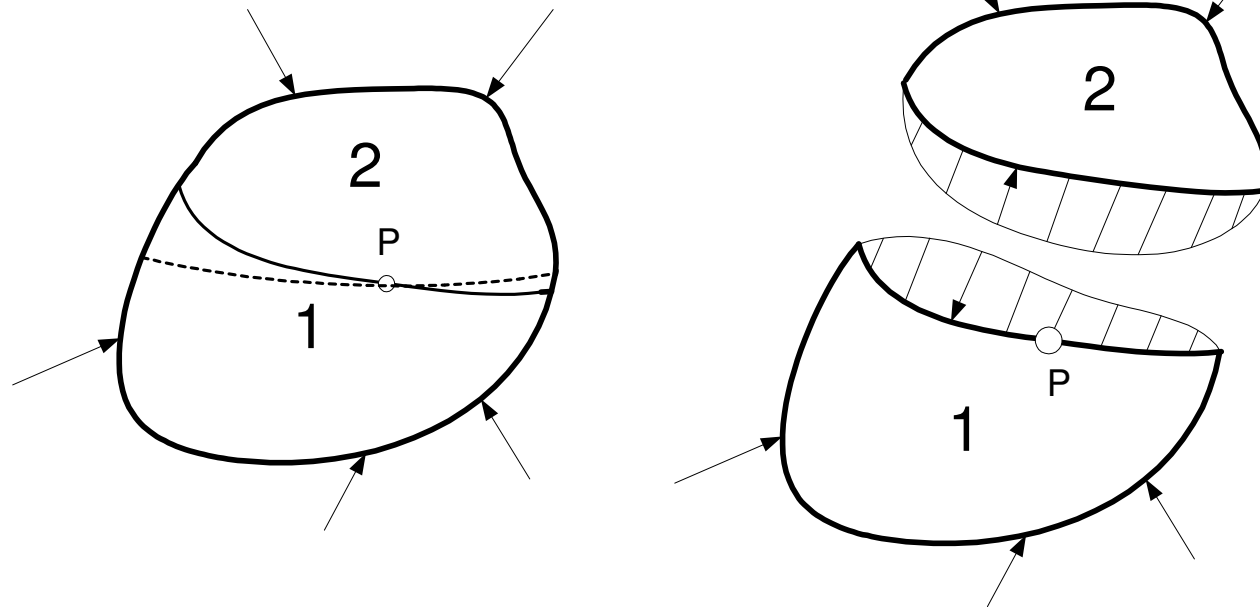


$$P'A' \sim 1$$

A'P'B' szög már nem 90 fok



Feszültség

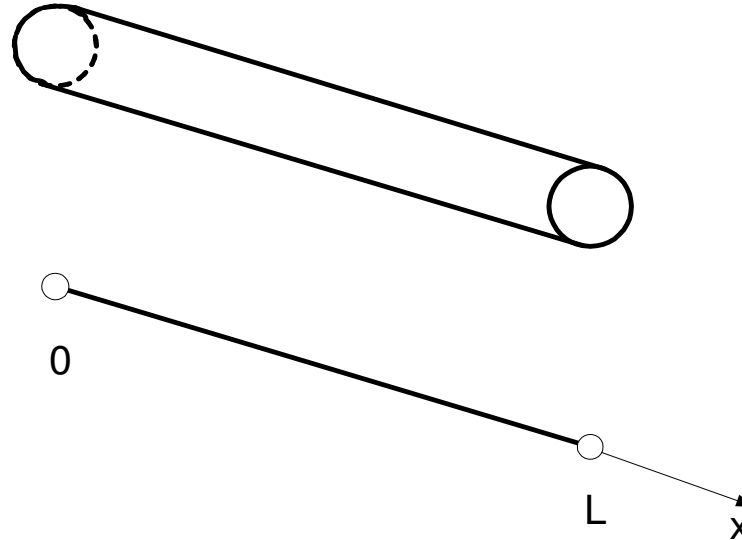


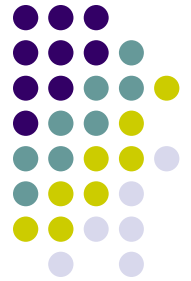
- Cauchy: feszültségi tenzor



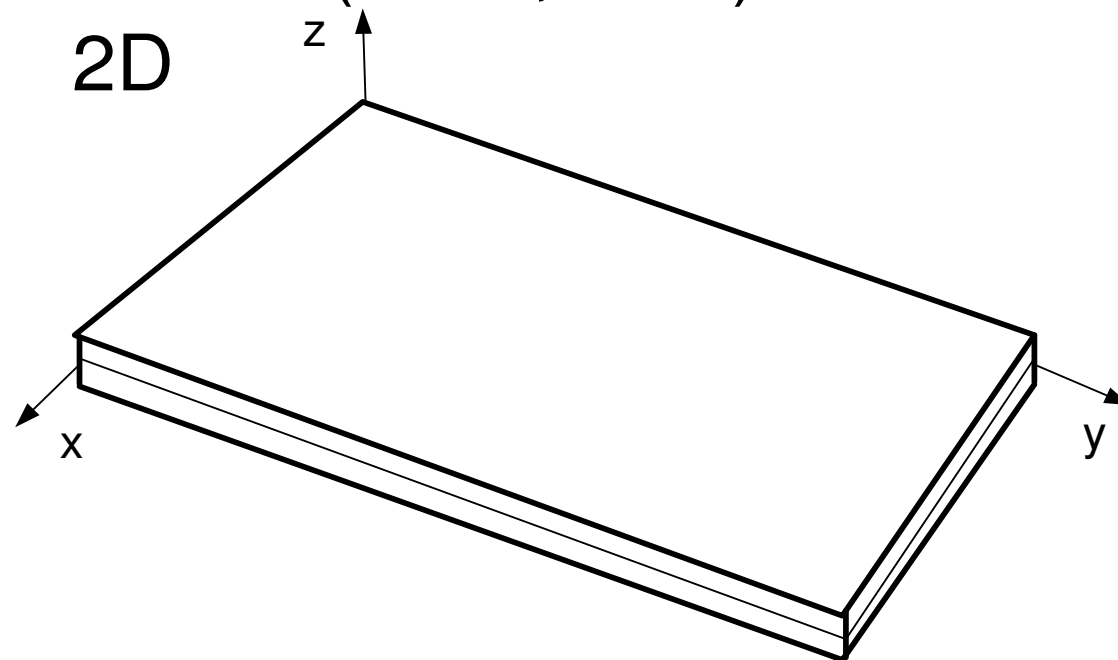
# Redukálás

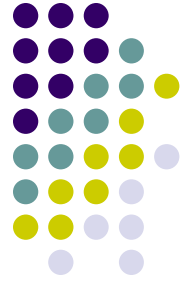
- Bernoulli-féle hipotézis
- Timoshenko-féle rúdmodell (1916)
- Szabad (St. Venant, 1855) és gátolt csavarás (Vlaszov, 1936)





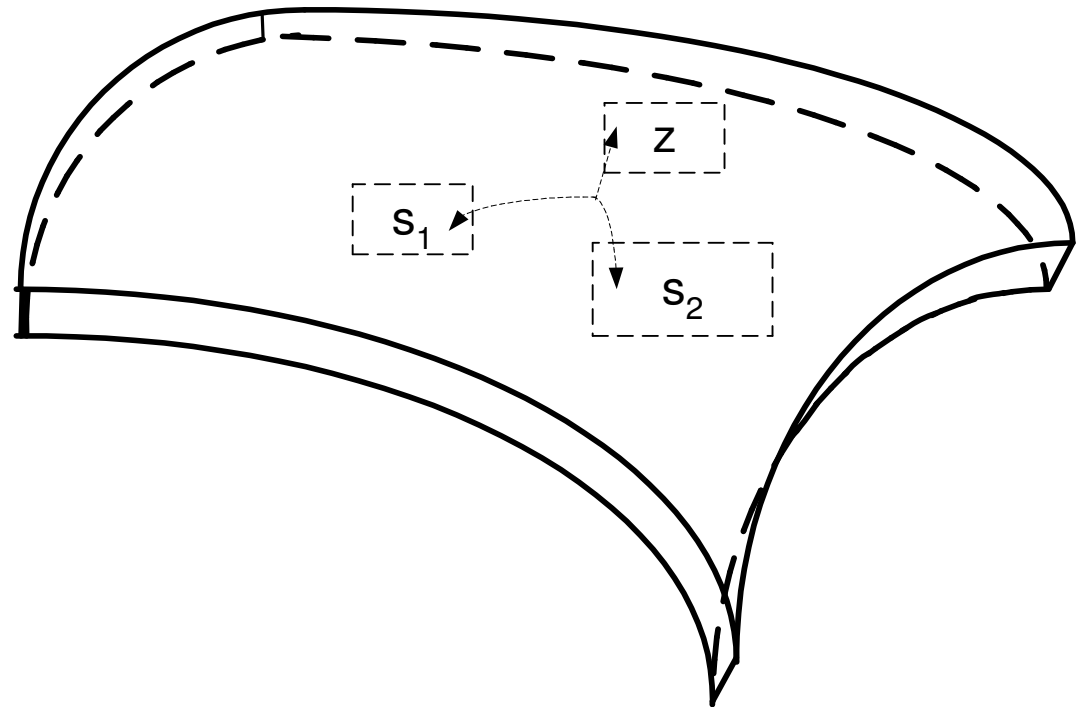
- Kirchhoff-féle hipotézis (1850)
- Reissner-Mindlin (1945, 1951)

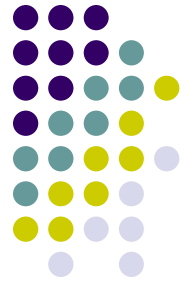




- Love-féle hipotézis (1906)
- Naghi (1963)

2D héj





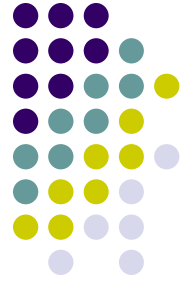
# Terhelés

- Időtől független, állandó, statikus
- Időben változik:
  1. determinisztikus:
    - 1a. Harmónikus ( trigonometrikus f.)
    - 1b. Tetszőleges lefutású
  2. sztohasztikus (forgácsolás)



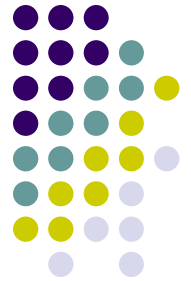
# Terhelés

- A test térfogatán oszlik meg, pl. nehézségi erő, forgómozgásnál fellépő járulékos erő
- A test felületének egy részén hat
- A testek között lép fel, általában előre nem ismert az értéke
- A test egy felületén adott elmozdulásból származik, pl. földrengésnél fellépő erők



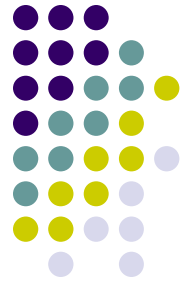
# Elmozdulás, alakváltozás

- **Kicsiny**, a test méretéhez mérten elhanyagolhatóan kicsiny, pl. épületek mozgása
- **Nagy**, a test méretéhez képest jelentős, pl. szivacs kifacsarása



# Visszapillantás

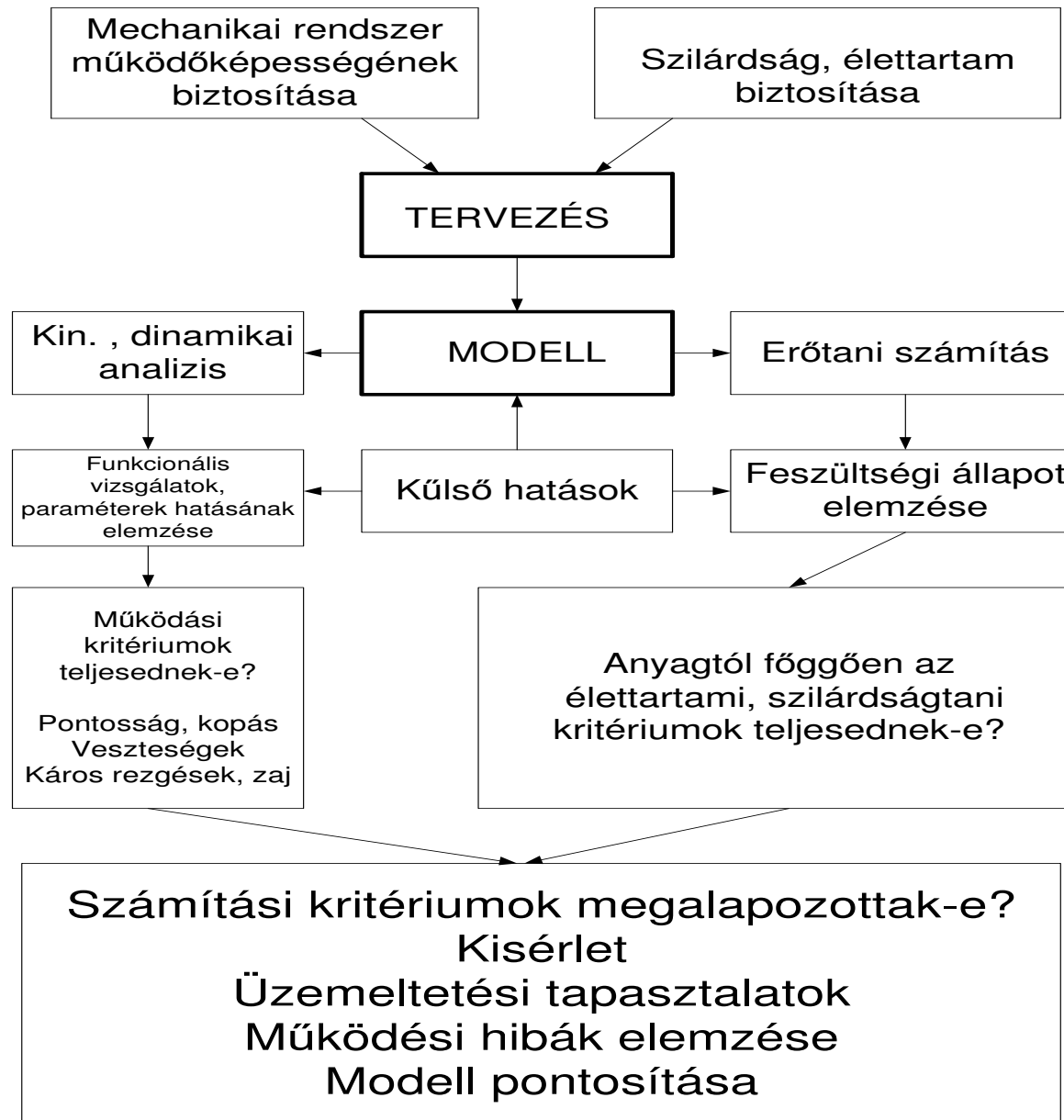
- A számítógéppel segített mérnöki tevékenység (CAE) trendjét figyelve
  - o 1965-1975- számítógépes rajzolás különálló lineáris végelem programmal
  - o 1985-1995- nemlineáris végelemmel integrált rendszerek létrehozása
    - szakértői rendszerek létrehozása
    - gyártási folyamatok szimulálása
    - prototípusok szimulációs tesztelése állapotítható meg.

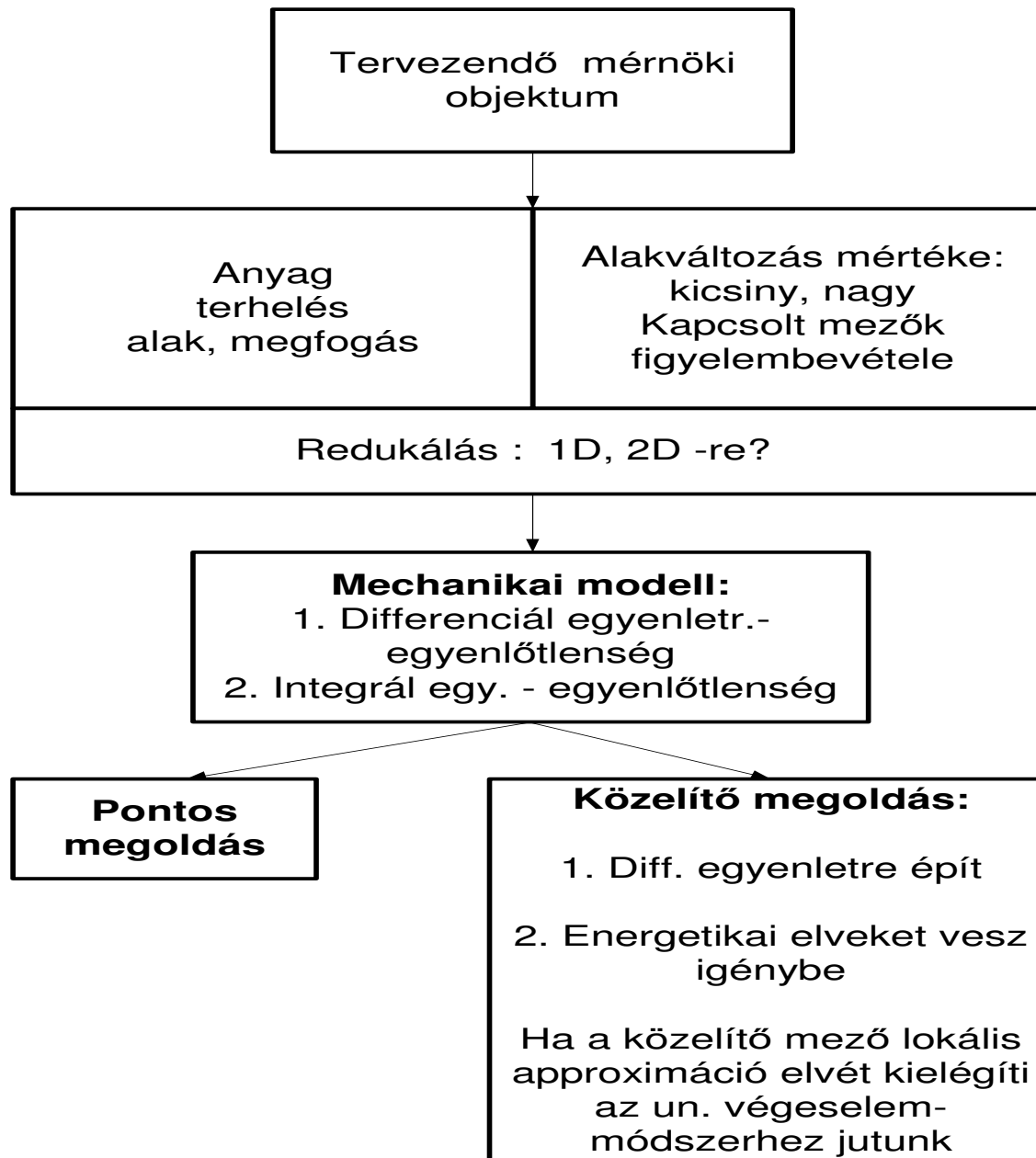


## **Elgondolkodtató adatok:**

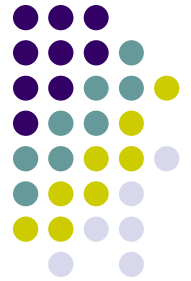
- lineáris feszültségi analízisben
  - 1950 mindent mértek és a kiértékelés alapján analizáltak,
  - 1970 50% mérés, 50% szimulálás
  - 1990 1% mérés, 99% szimulálás!
- aerodinamikában
  - 1980 90% szélcsatornás vizsgálat
  - 1990 10% szélcsatornás vizsgálat
- katasztrófa (pl. járművek ütközés közbeni viselkedése)
  - 1975 direkt szimuláció hiányzik, néhány egyszerű számítási modell
  - 1990 10 m\$ felett költöttek szimulációra

# Modellezés

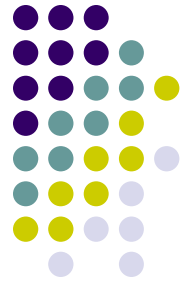




# Közelítő módszerek

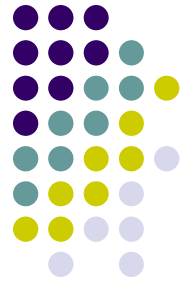


- Ritz-féle módszer (1909)
- Bubnov-Galjorkin féle módszer (1915)
- Timoshenko munkássága (1908-
- Trefftz-féle módszer (1926)
- Hellinger-Reissner variációs elv (1914, 1950)
- Hu-Washizu féle variációs elv (1955, 1955)



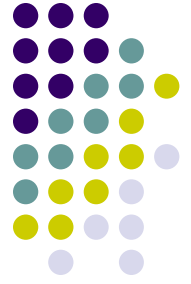
# Végeselem-módszer

- 1943 Courant csavarási feladat megoldása
- 1955 Argyris numerikus szerkezetmechanika
- 1956 Turner és társai által írt cikk
- 1960 Clough : Végeselem elnevezés születése
- 1960 évek a módszer alapjainak lerakása
  - 1964 : **ASKA**, 1969- : **SAP**, **NONSAP**
  - 1967 : Zienkiewicz, Cheung (Első VEM könyv)
  - 1969 : **MARC** , **ANSYS**  
**NASTRAN**



- 1970-80: h, p, hp verziójú számítások
  - Szabó Barna p verziójú számítás elindítása (1973)
  - 1972: ABAQUS, ADINA
  - 1976: DYNA -> DYNA-2D, DYNA-3D
- 1980- nemlineáris feladatok kiteljesedése
  - ALGOR (1984 in PC), COSAR, PAMCRASH, LSDYNA, SYSTUS
  - PROBE, StressCheck, RASNA, I-DEAS
  - COSMOS/M, FEAP
- 1990- kapcsolt feladatok vizsgálata
  - FLUENT, Sysweld, ProCAST, DEFORM
- 2000- mind tökéletesebb modellek megoldása, számítógépes gyors technikák kimunkálása

# A VEM egy lehetséges definíciója



A módszer a testben kialakuló pl. elmozdulásmezőt kis altartományok (véges elemek) felett oly módon közelíti, hogy az elemek között az folytonos, az ismeretlen paramétereknek végecsszámú ponthoz rendelt elmozdulások felelnek meg.

Ezen csomópontok elmozdulását a potenciális energia minimumából határozzuk meg, algebrai egyenletrendszer megoldásán keresztül.

# Alapvető fogalmak



- Elmozdulásmező
- Alakváltozási tenzormező

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}^T(\mathbf{r})$$

- Feszültségi tenzormező

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{r}) = \mathbf{T}^T(\mathbf{r})$$

- Egyensúlyi egyenlet

- Peremfeltételek KPF:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \quad \mathbf{r} \in A_u$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}) = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y + w\mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}(\mathbf{u} \circ \nabla + \nabla \circ \mathbf{u})$$

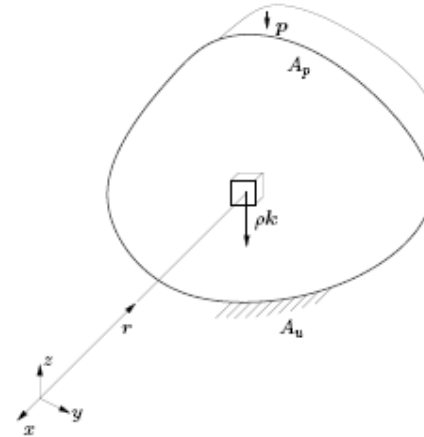
$$\mathbf{T} = \mathbf{D} \cdot \cdot \mathbf{A}$$

$$\mathbf{T} \cdot \nabla + \rho \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

DPF:

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{n} = p \quad \mathbf{r} \in A_p$$

Teljes potenciális energia

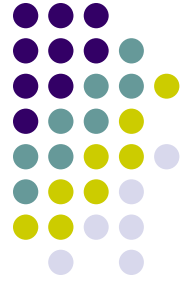


$$\Pi_p = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{A} dV - \int_V \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{k} dV - \int_{A_p} \mathbf{u} \cdot \mathbf{p} dA$$

$$\Pi_p(\mathbf{u}^*) \geq \Pi_p(\mathbf{u})$$

Kinematikailag lehetséges elmozdulásmező

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}_0 \quad \mathbf{r} \in A_u \quad \mathbf{A}^* = \frac{1}{2}(\mathbf{u}^* \circ \nabla + \nabla \circ \mathbf{u}^*) \quad \mathbf{r} \in V$$



- Ritz-féle módszer

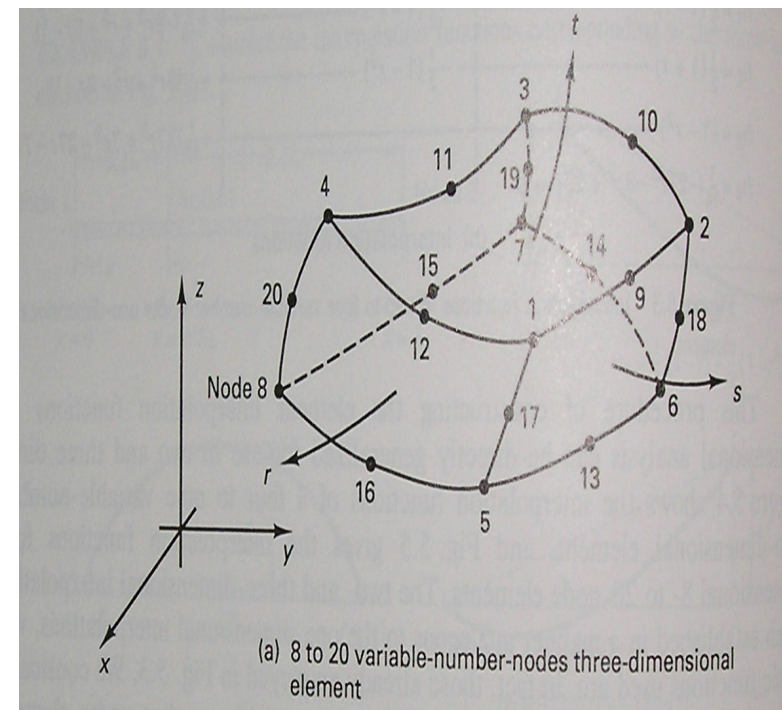
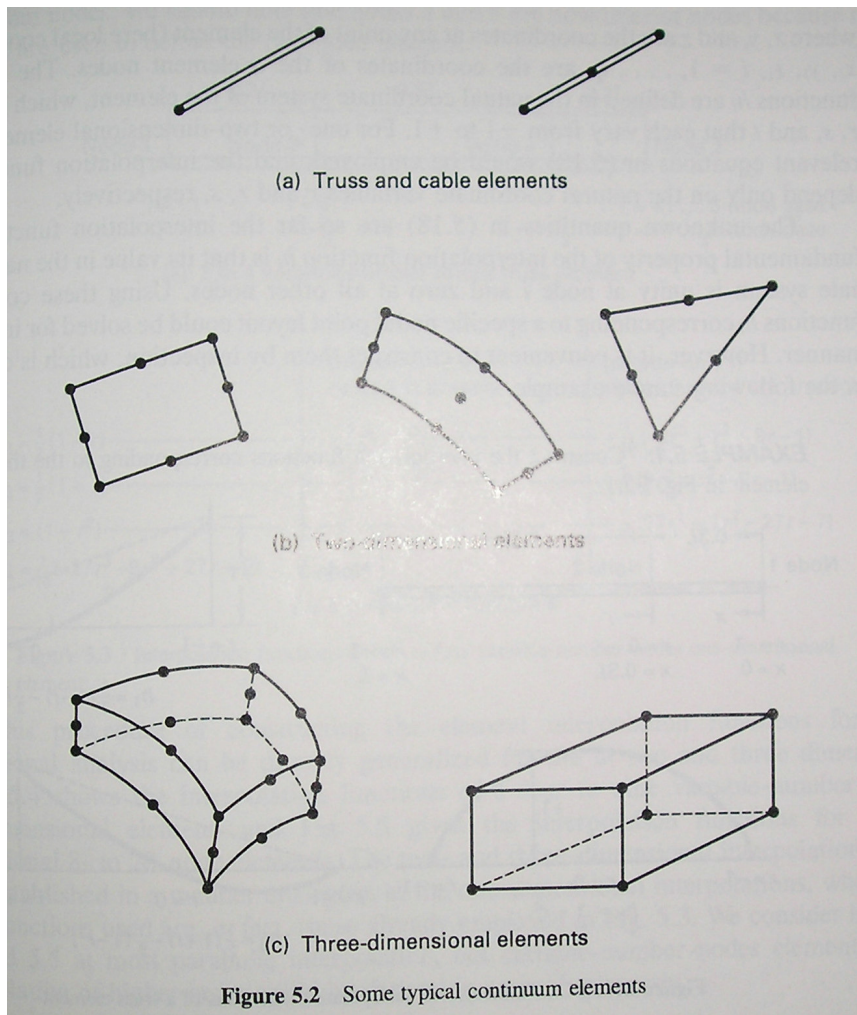
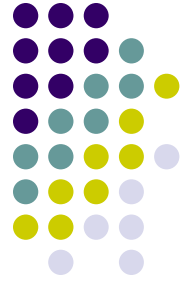
$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}_0^* + \sum_{i=1}^N c_i \cdot \varphi_i(\mathbf{r}) \mathbf{e}_x + \sum_{j=1}^N c_{N+j} \psi_j(\mathbf{r}) \mathbf{e}_y + \sum_{k=1}^N c_{2N+k} \chi_k(\mathbf{r}) \mathbf{e}_z$$

$$\varphi_i = \psi_i = \chi_i = 0 \quad \mathbf{r} \in A_u \quad i = 1, \dots, N$$

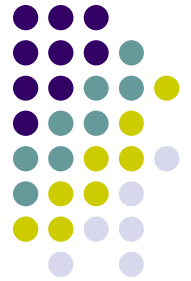
$$\Pi_p = \Pi_p(c_1, c_2, \dots, c_{3N})$$

$$\delta \Pi_p = \frac{\partial \Pi_p}{\partial c_1} \delta c_1 + \frac{\partial \Pi_p}{\partial c_2} \delta c_2 + \dots + \frac{\partial \Pi_p}{\partial c_{3N}} \delta c_{3N} = 0$$

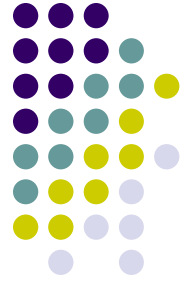
# Tipikus véges elemek



# VEM program általános jellemzői



- Geometria kényelmes leírása (saját rendszerbeli programmal vagy más rendszerből átvett adatokra támaszkodva )
- Bő elemkészlet (alacsony és magas-fokszámú elemek)
- Automatikus elemfelosztás lehetősége
- Megfogások, egyéb külső hatások egyszerű megadása
- Speciális modellezési fogások lehetősége (pl. alszerkezettechnika)
- Anyagtörvények bő választéka
- Lineáris, nemlineáris elméletek használati lehetősége
- Terhelések széles választéka
- Gyors számítás (többprocesszoros algoritmus, hatékony egyenletrendszer megoldók: egzakt, iterációval )
- Hibaanalízis
- Számítás pontosításának lehetősége
- Eredmények kombinálása, grafikus szemléltetés

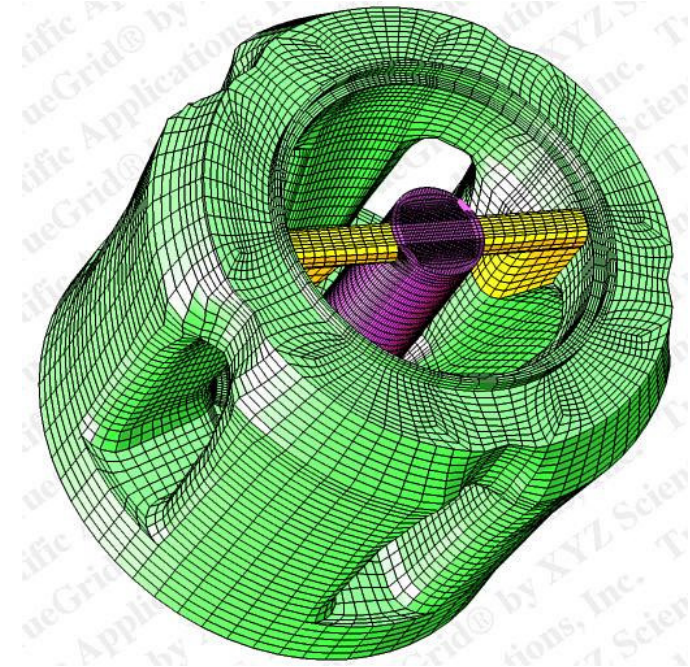
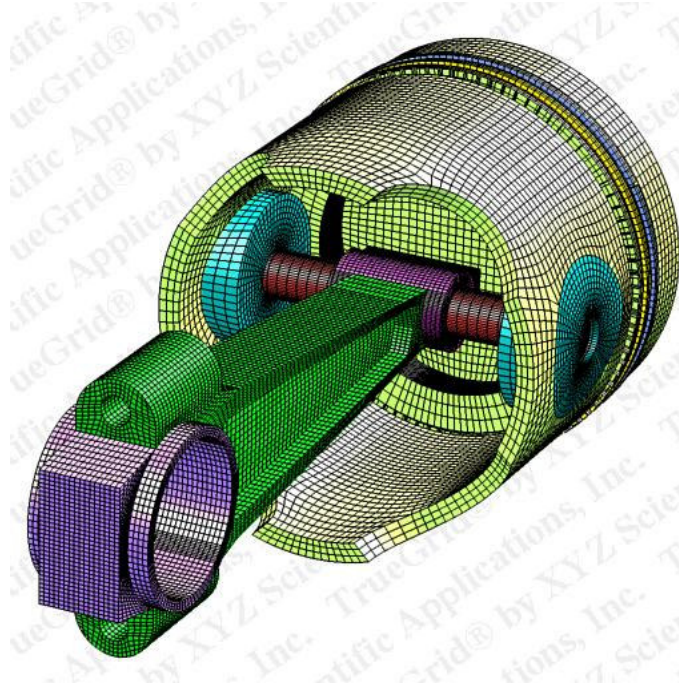


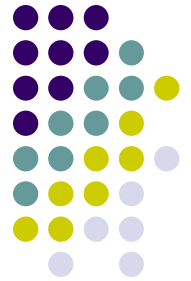
# Felosztó programok

Különböző programok:

- <http://www-users.informatik.rwth-aachen.de/~roberts/software.html>

## TrueGrid





# Diszkretizált feladatok

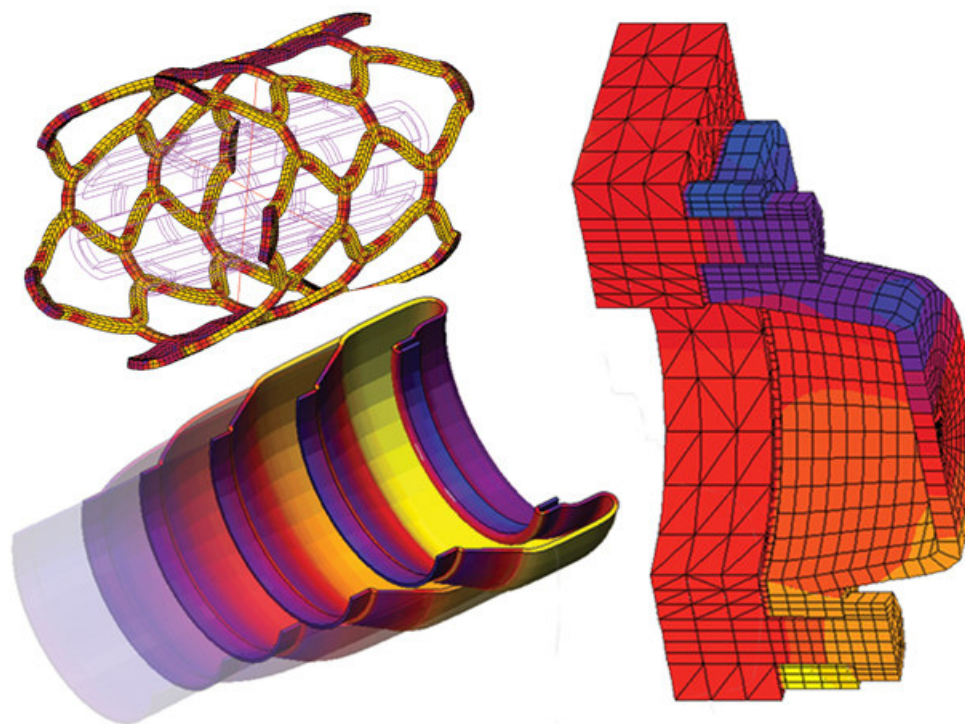
- Lineáris elméletnél

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}$$

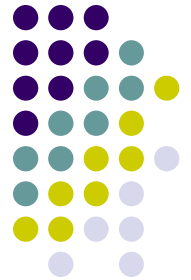
- Nemlineáris elméletnél

$$\mathbf{K}_T \Delta \mathbf{q} = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{f}_{\sigma_n}$$

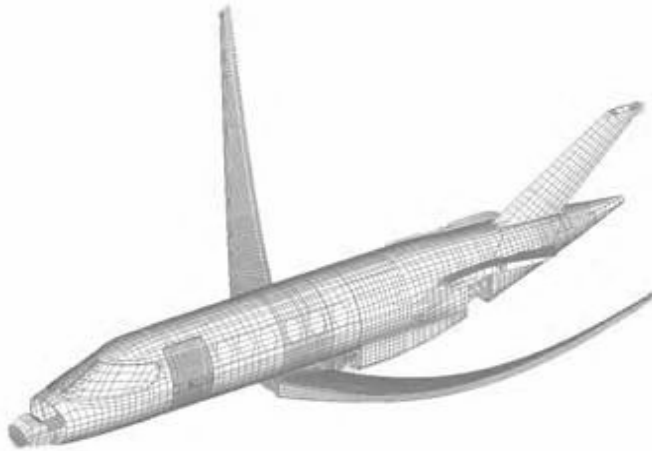
# A Végeselem-módszer nyújtotta modellezési lehetőségek a 2000-es években (MSC MARC)



# Repülőgépek elemzése



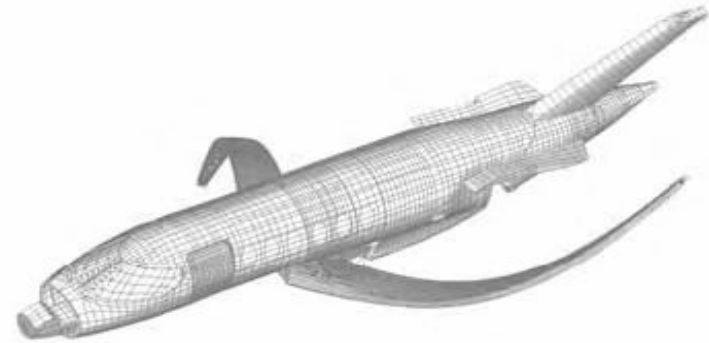
V8  
L1211682  
C1



Output Set: MODE 7, FREQ=9.2621117  
Deformed(3.648); TOTAL TRANSLATION

- 9,3 Hz
- 23,5 Hz

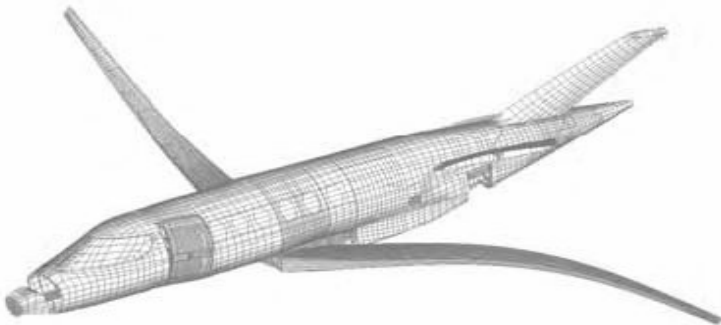
V8  
L1211682  
C1



Output Set: MODE 8, FREQ=12.800090  
Deformed(3.242); TOTAL TRANSLATION

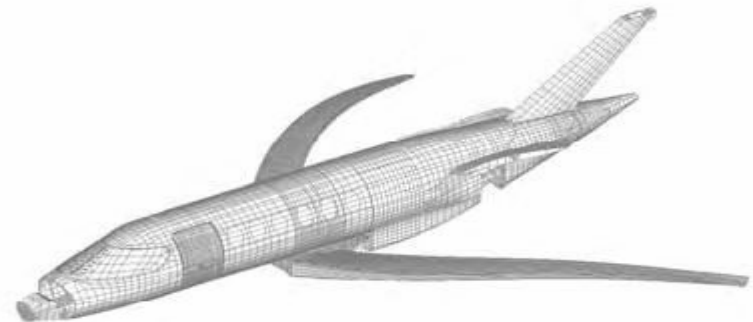
- 12,8 Hz
- 26,0 Hz

V8  
L1211682  
C1

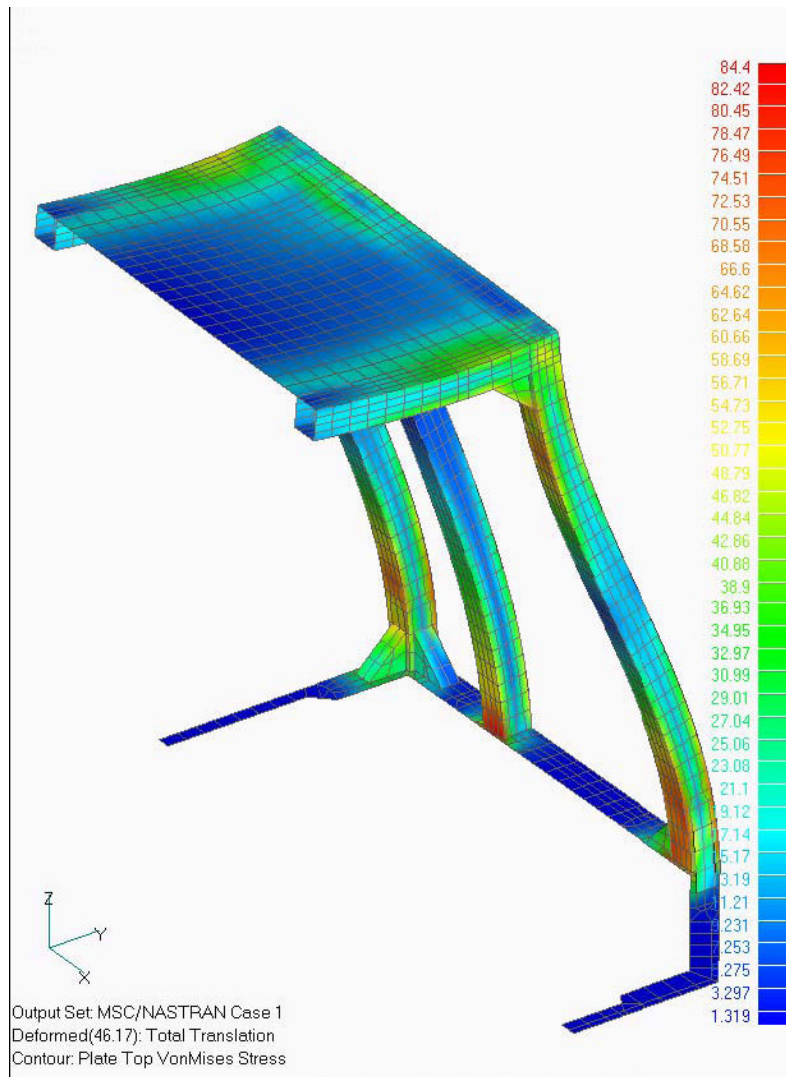


Output Set: MODE 9, FREQ=23.484060  
Deformed(3.255); TOTAL TRANSLATION

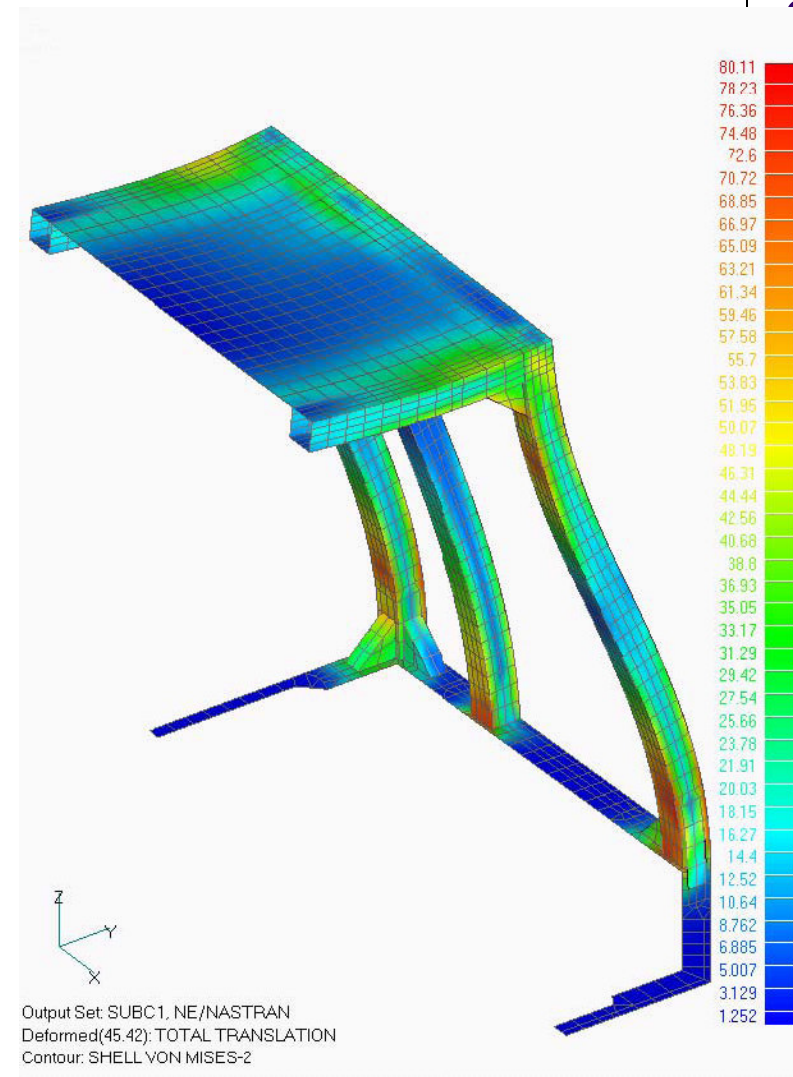
V8  
L1211682  
C1



Output Set: MODE 10, FREQ=25.970249  
Deformed(3.662); TOTAL TRANSLATION

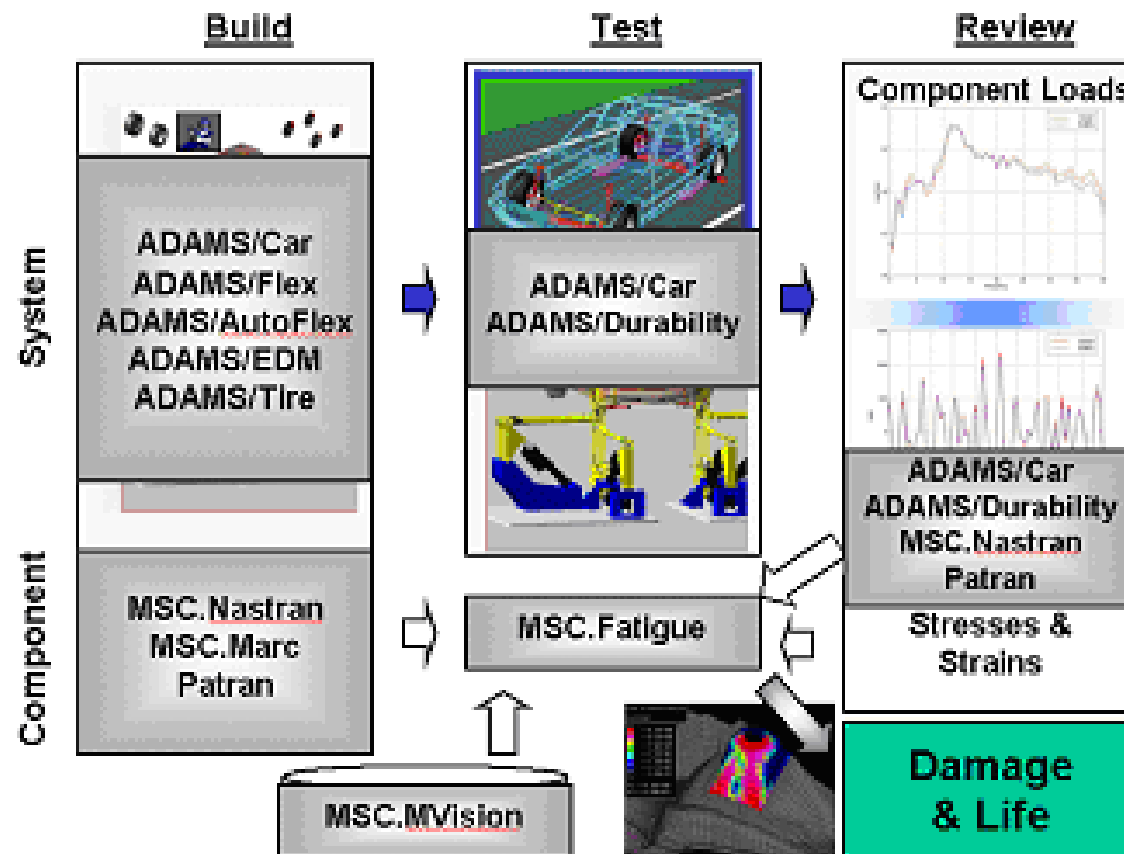


## ● MSC/NASTRAN



## NEiNASTRAN

# Autóipar

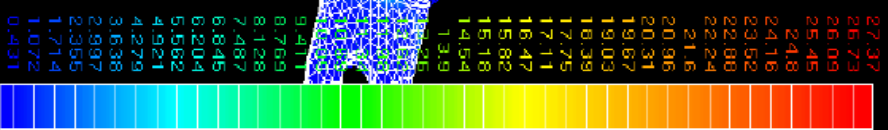
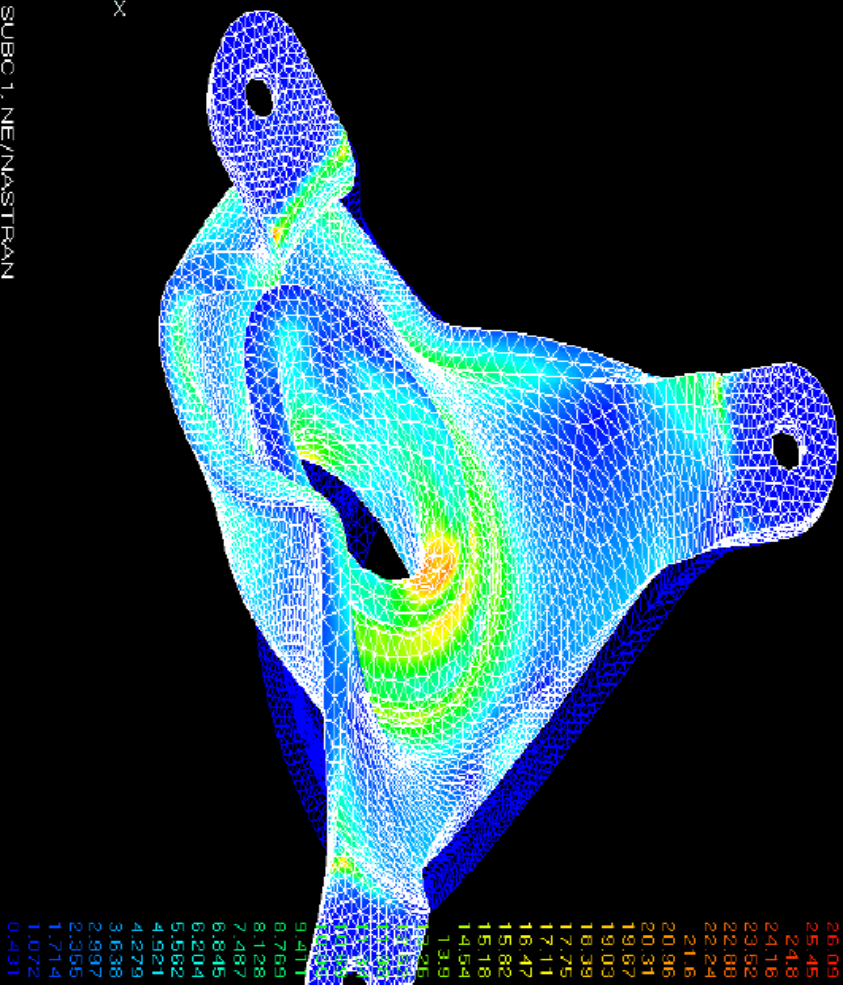




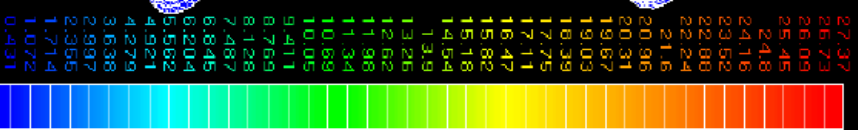
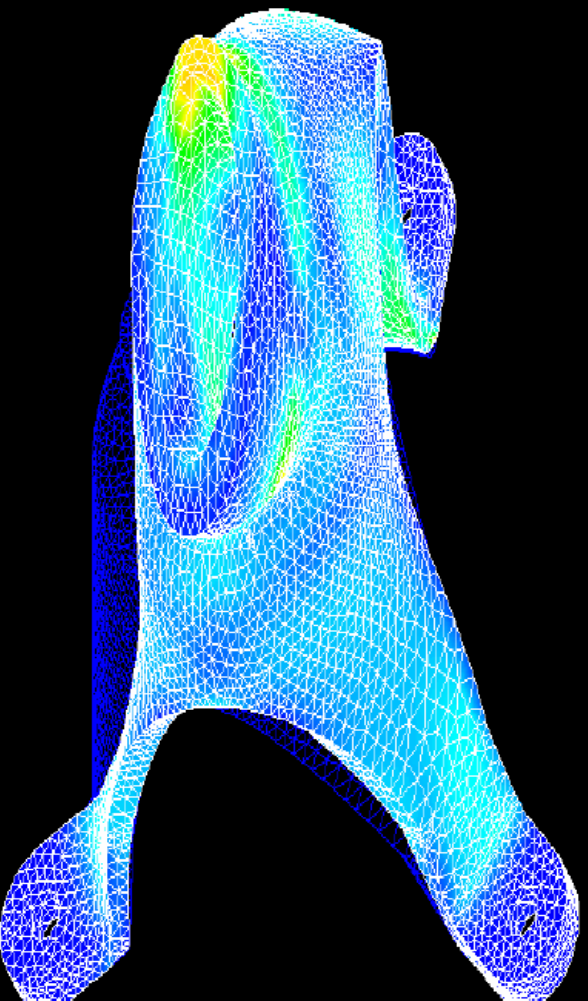
V2  
L2  
C1



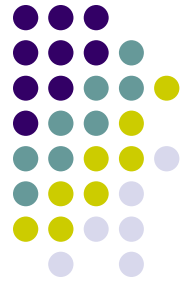
Output Set: SUBC 1, NE/NASTPAN  
Deformed(0.013): TOTAL TRANSLATION  
Contour: SOLID VON MISES  
V2  
L2  
C1



Output Set: SUBC 1, NE/NASTPAN  
Deformed(0.013): TOTAL TRANSLATION  
Contour: SOLID VON MISES



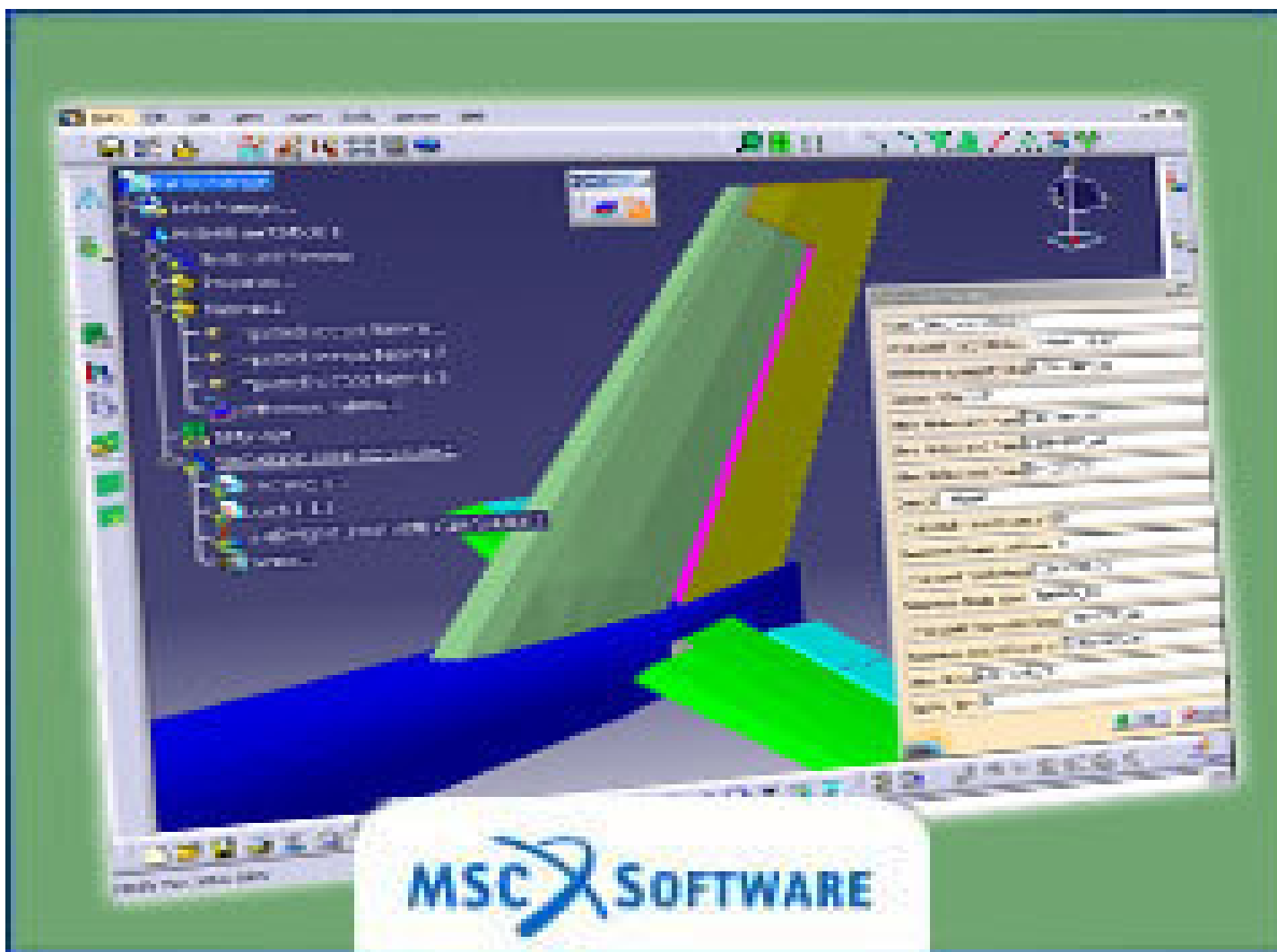
# Karosszéria tervezés: aerodinamikai szimuláció



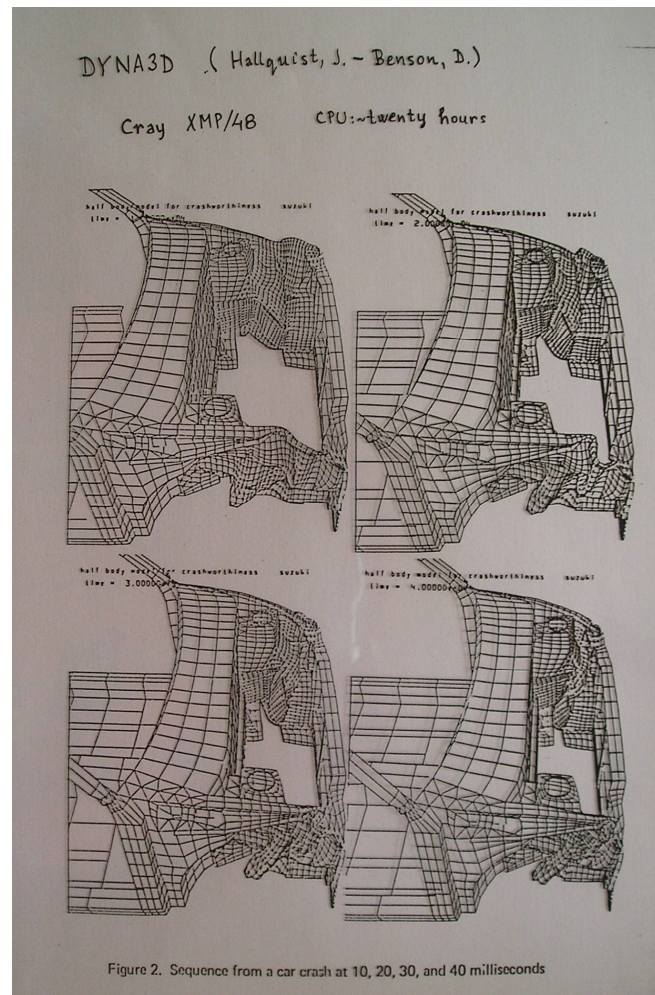
# Dinamikai vizsgálat



# Kompozitok használata

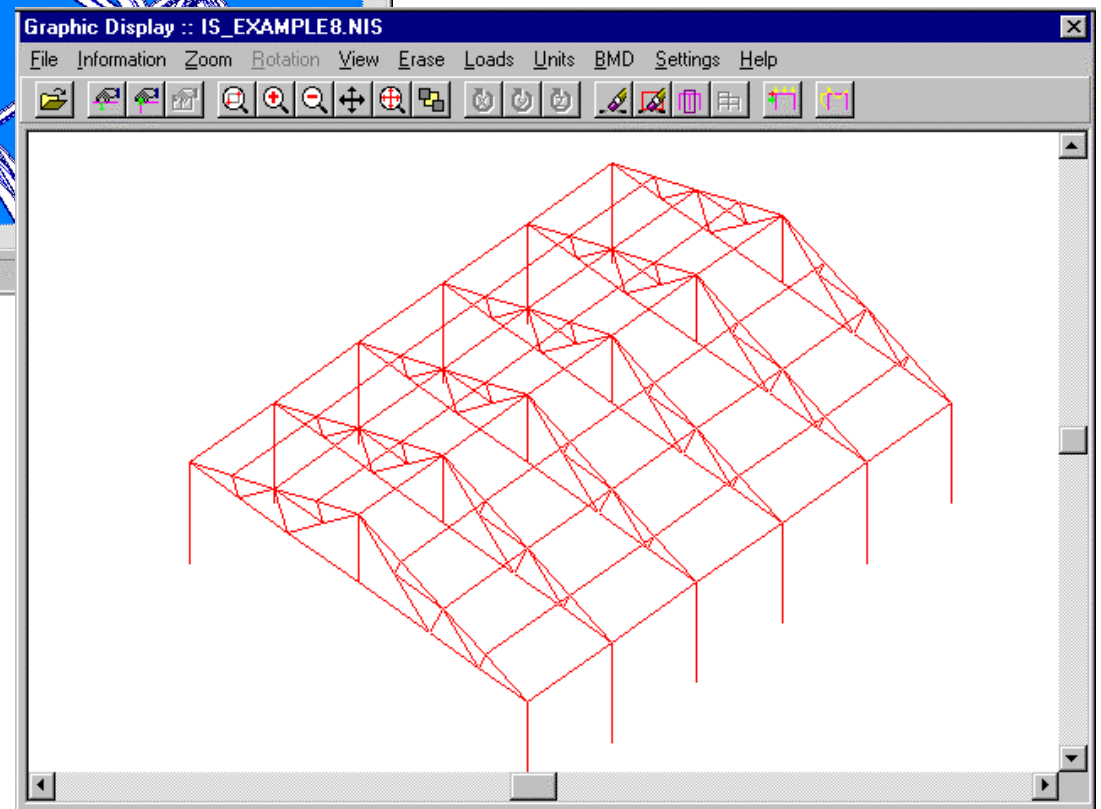
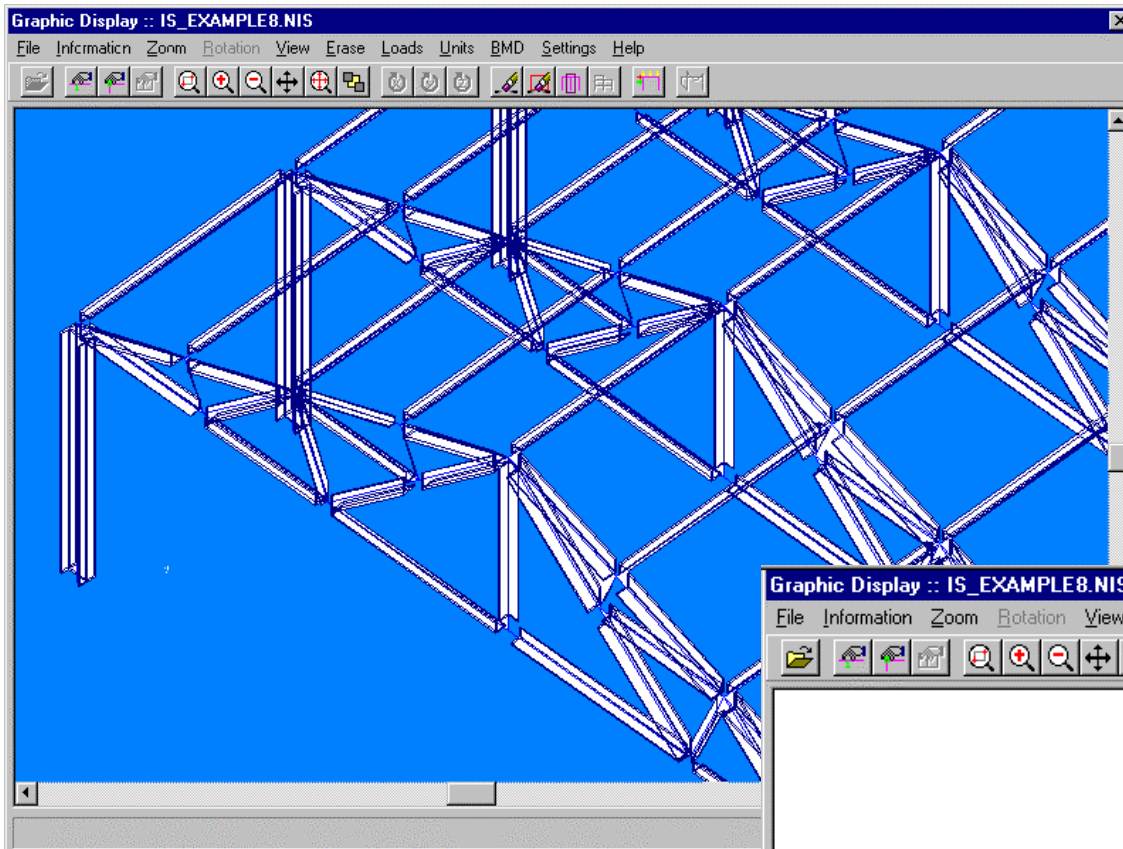


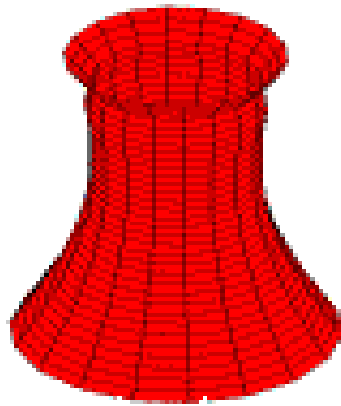
# Ütközés szimulálása (Szuzuki)



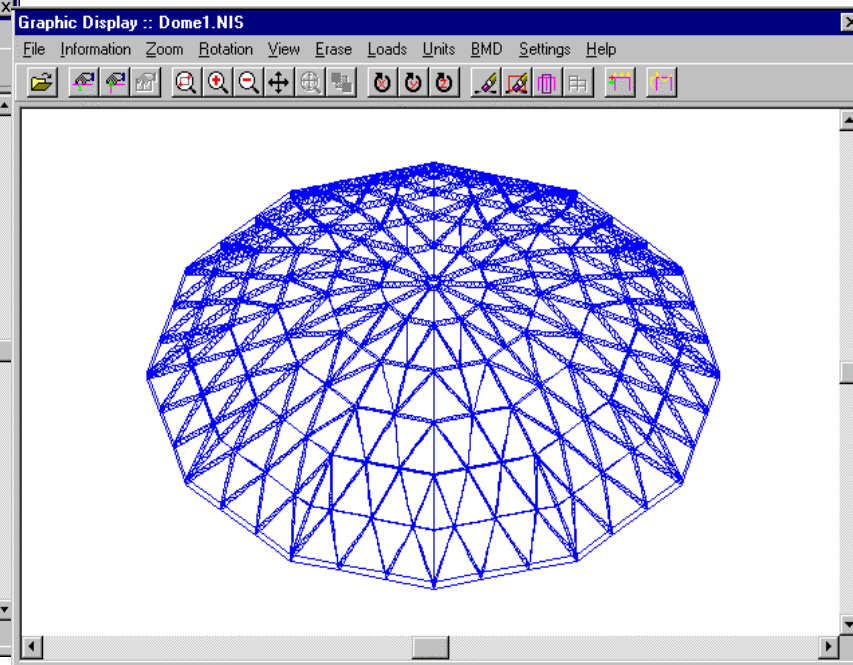
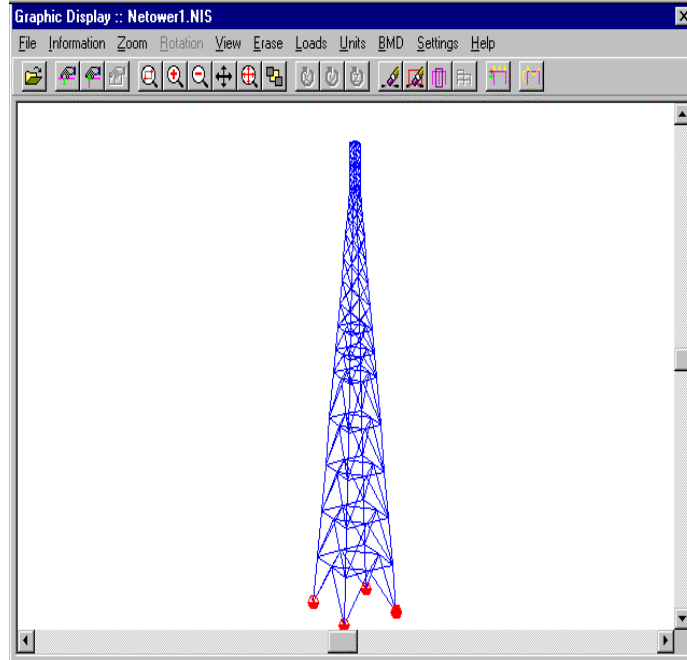
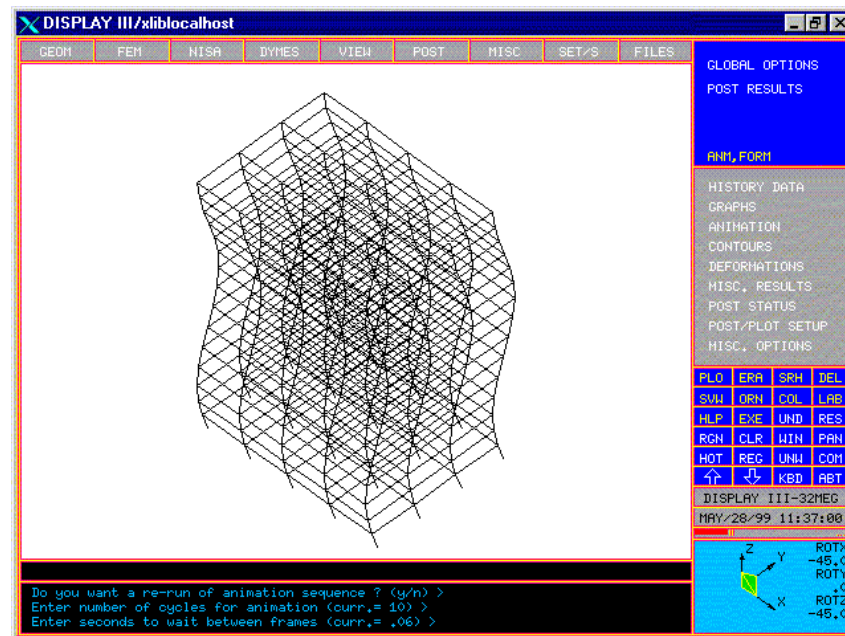
# Építőipari feladatok



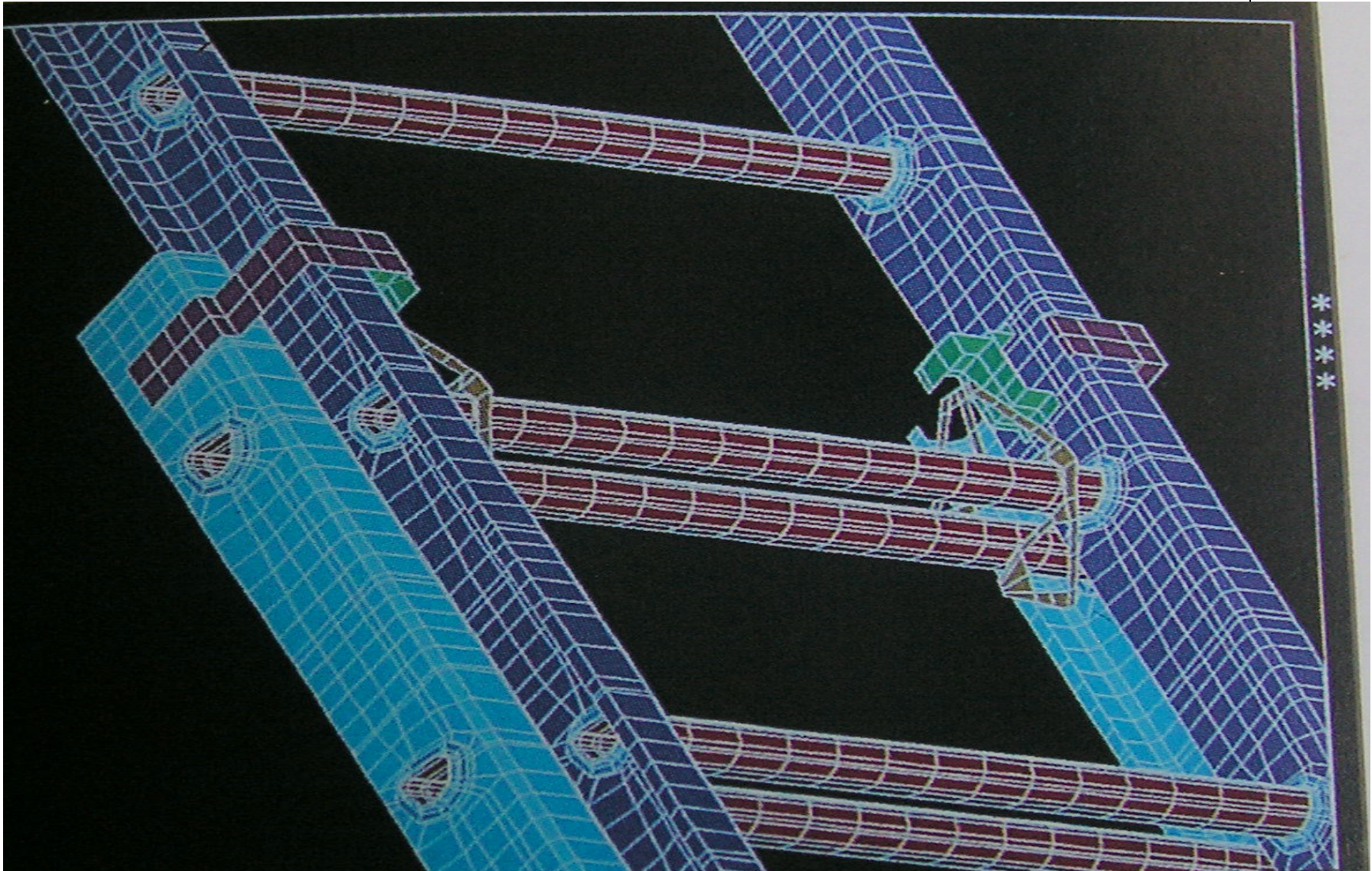
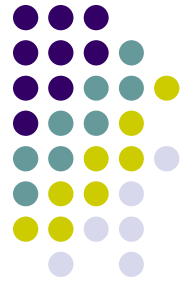




**Shell Structures**



# Létra



# Folyadékkal töltött tartály-talaj kölcsönhatása

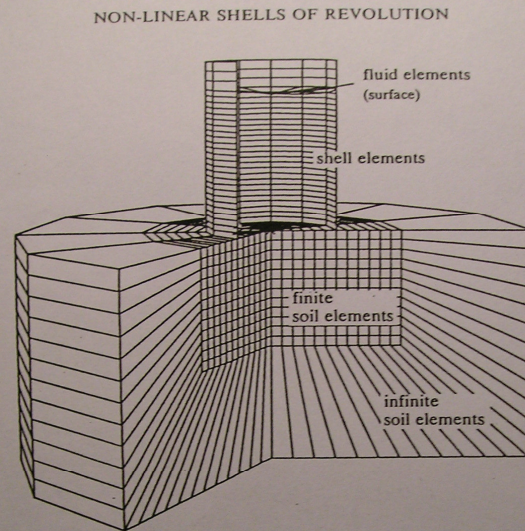
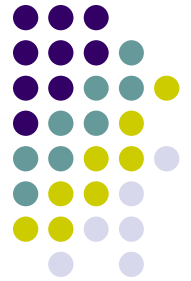


Figure 3. Discretization of the tank-soil system

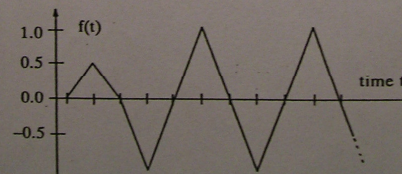
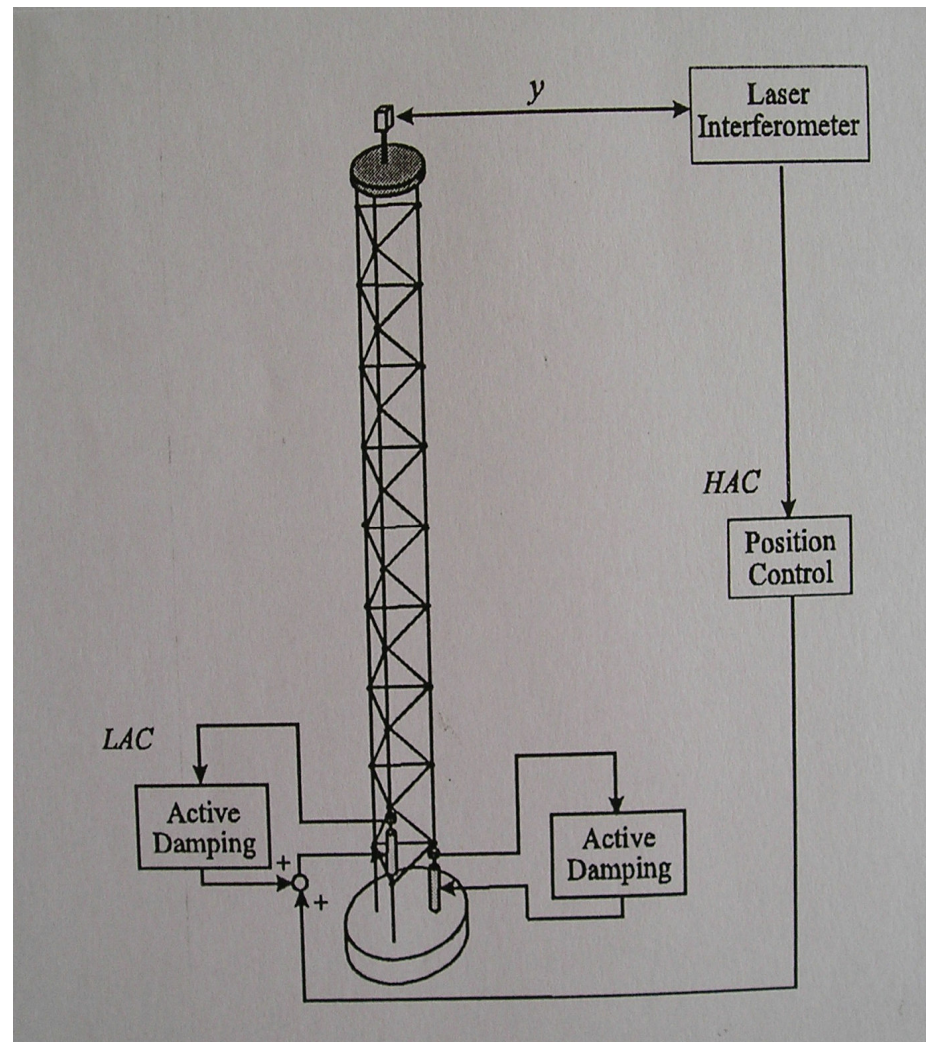
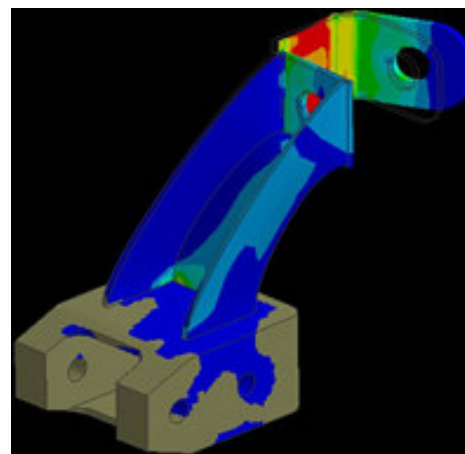
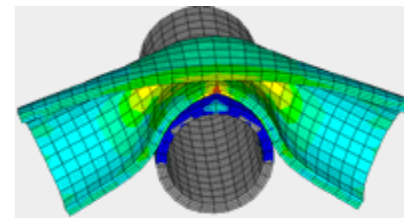
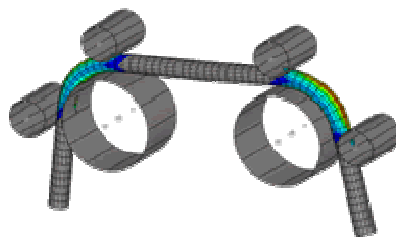
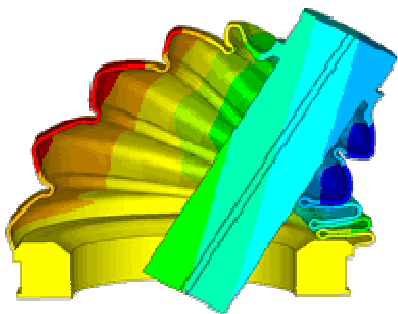


Figure 4. Time history of ground accelerations

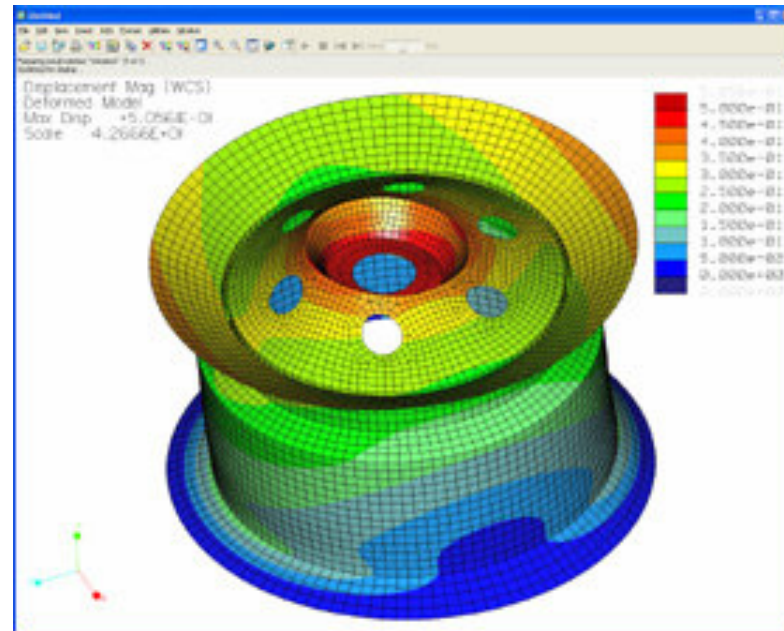
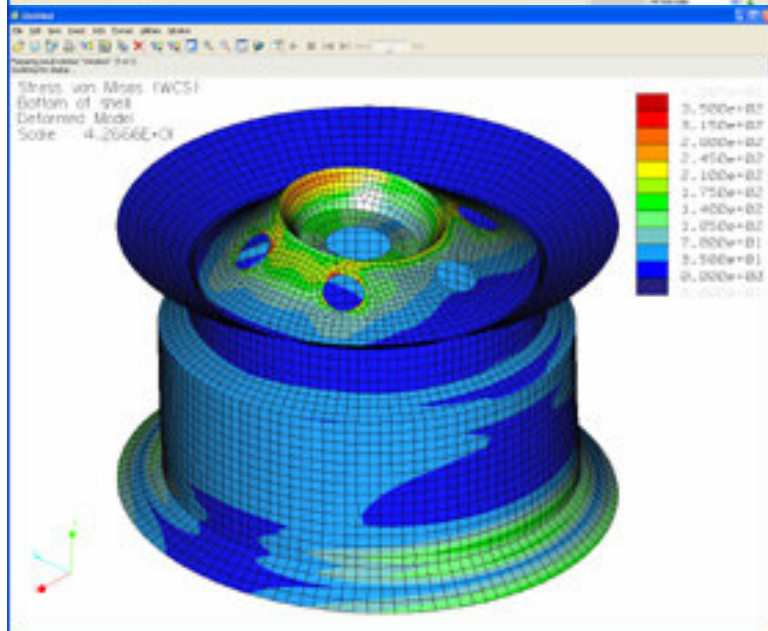
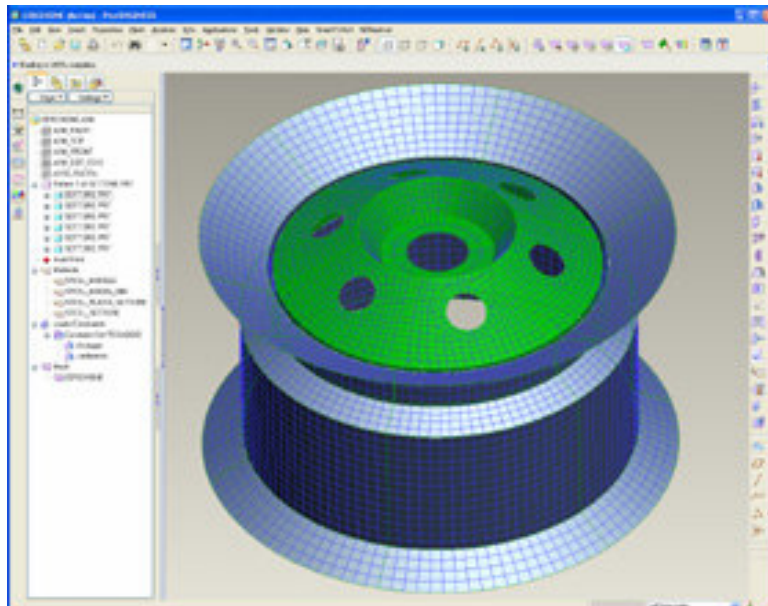
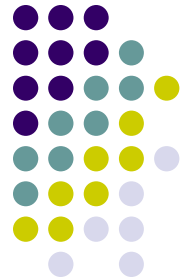
# Intelligens szerkezetek

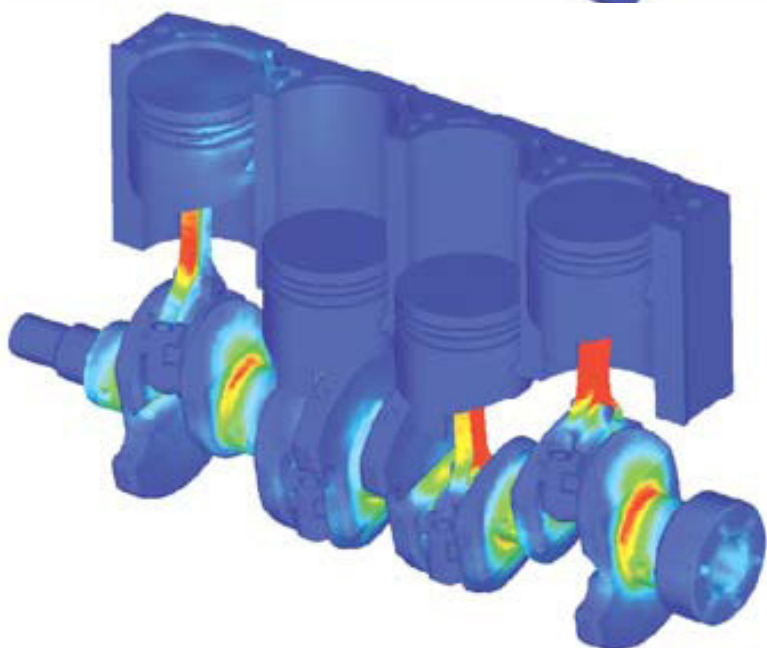
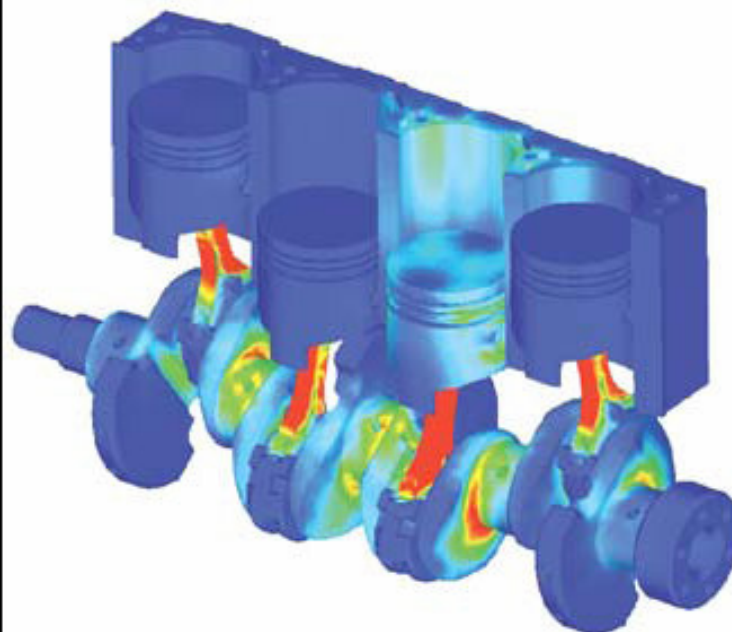
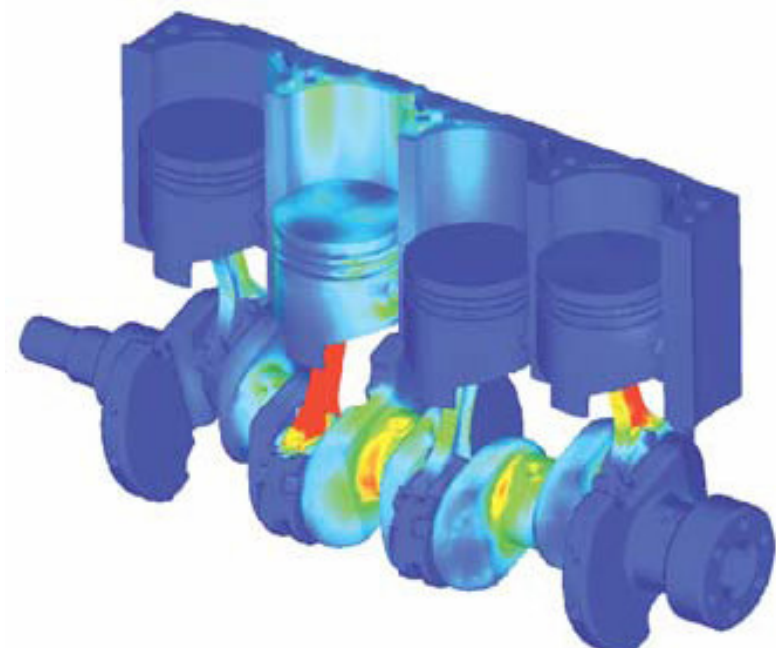


# Gépészeti feladatok



# NEiNASTRAN programrendszer

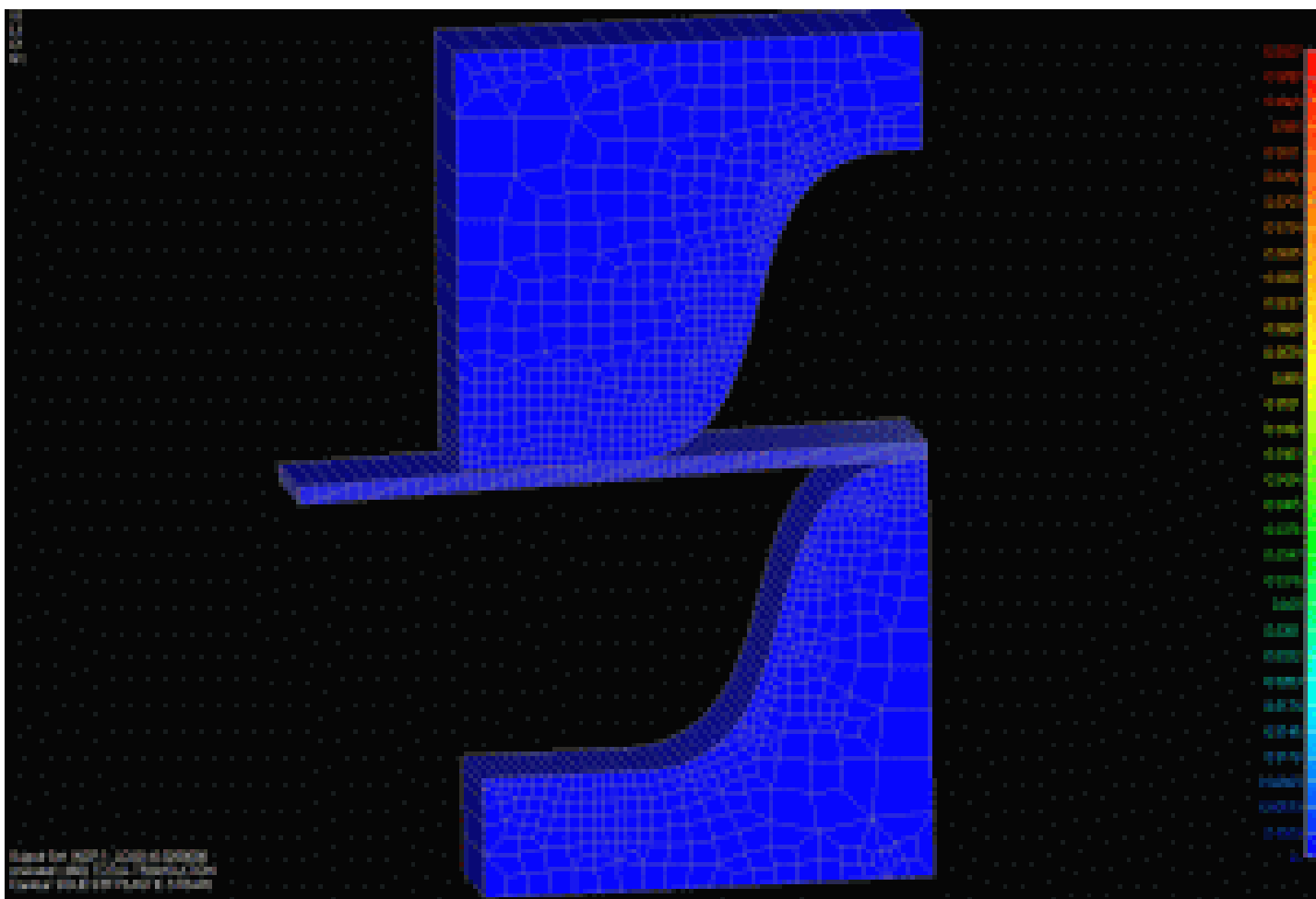




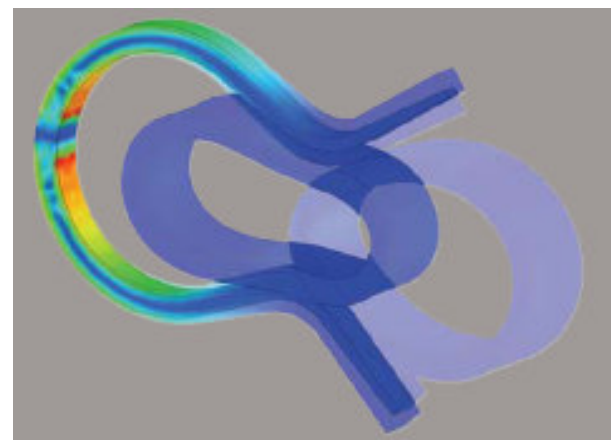
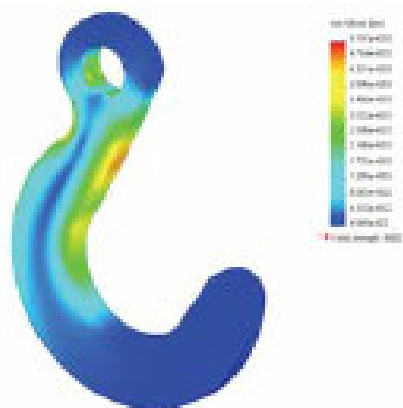
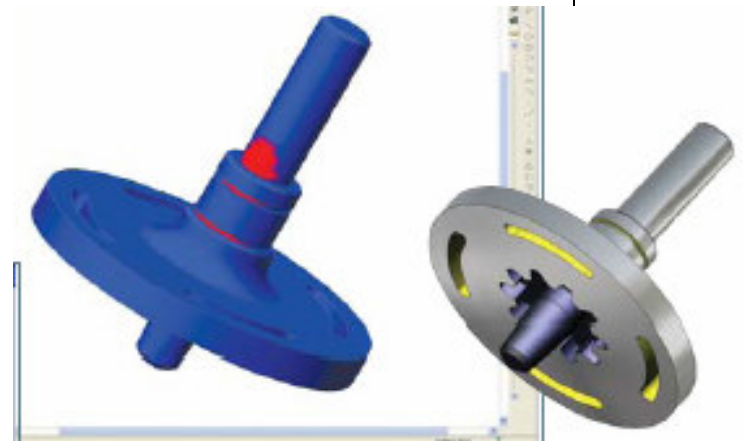
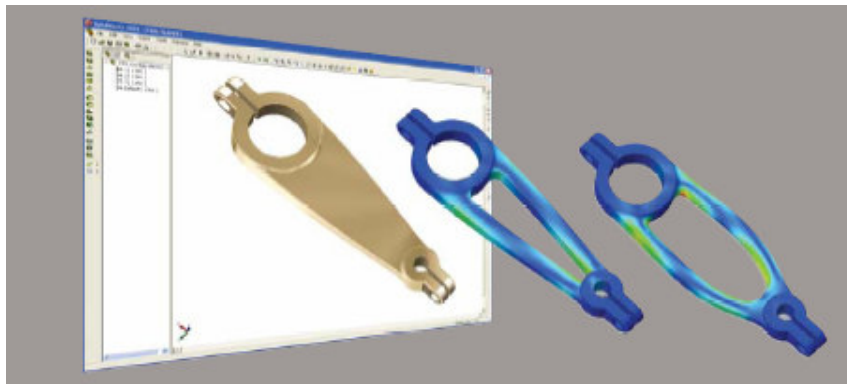
# Időbeli folyamatok számítása

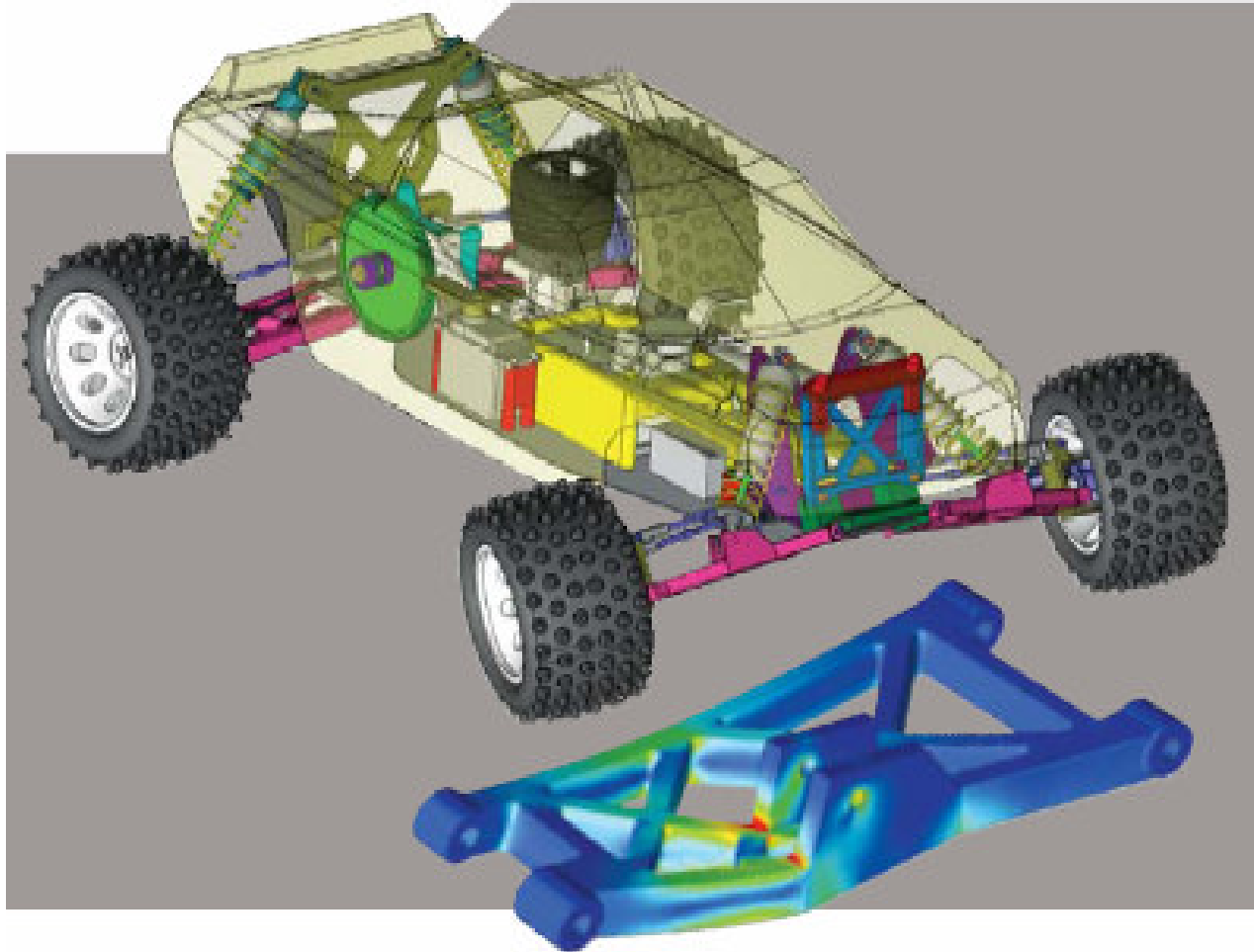
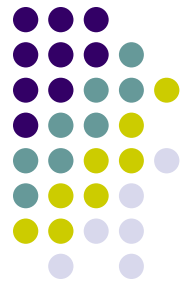


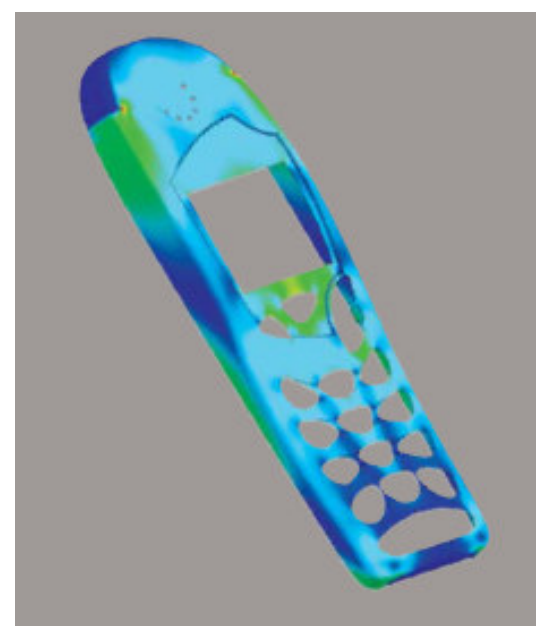
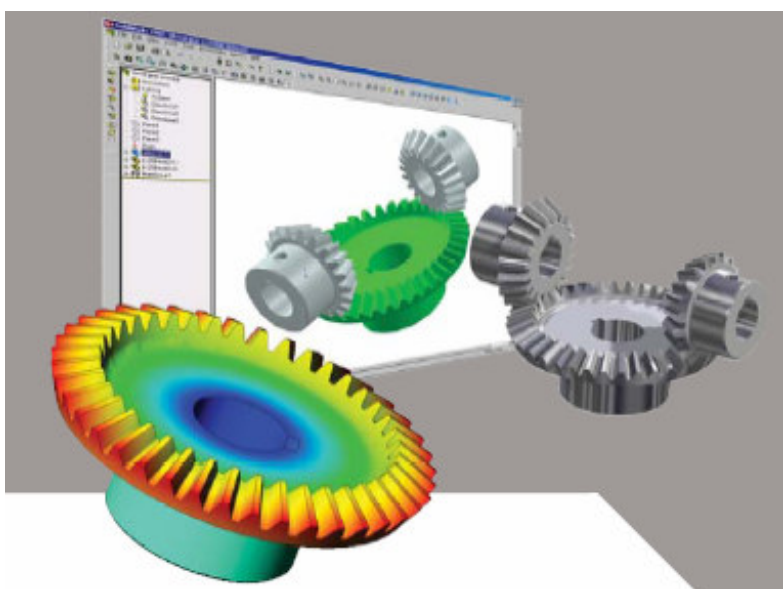
- <http://www.nenastran.com/newnoran/animations>

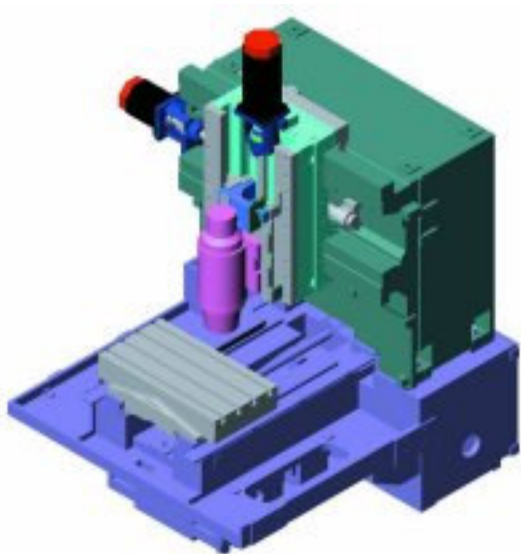
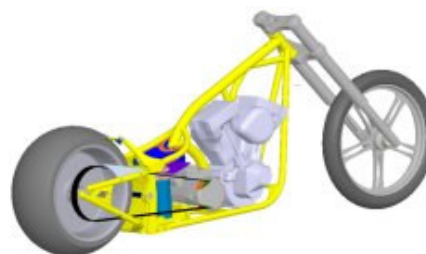


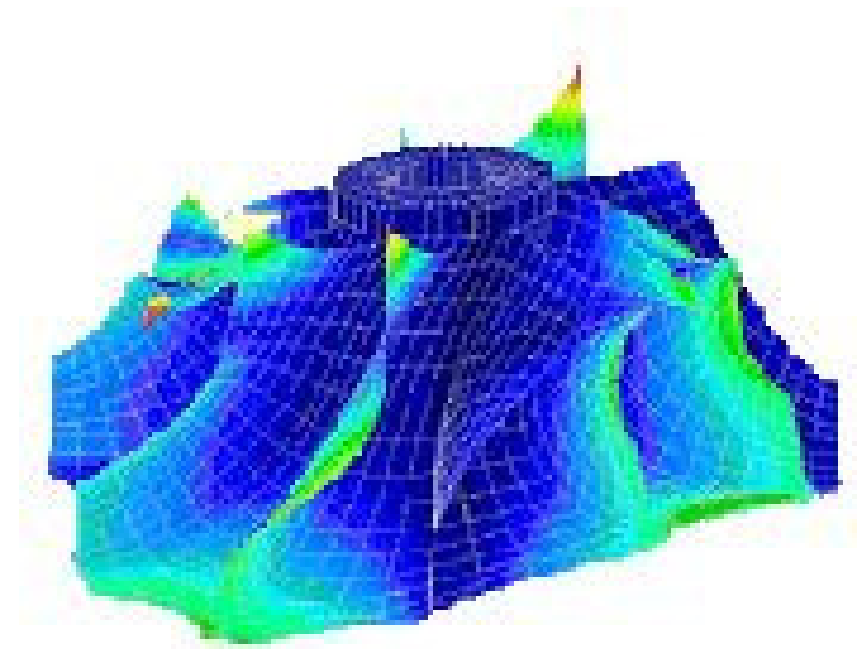
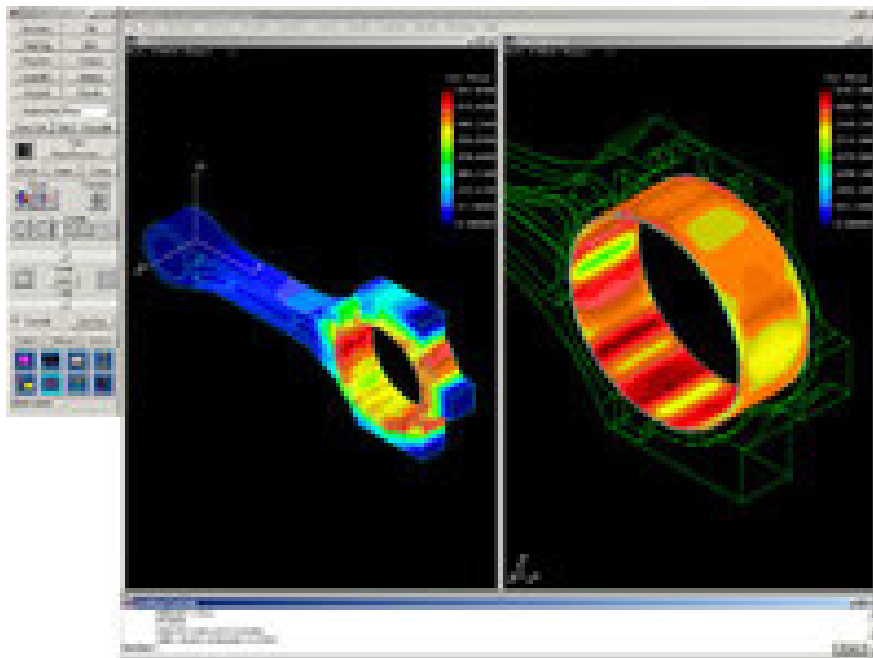
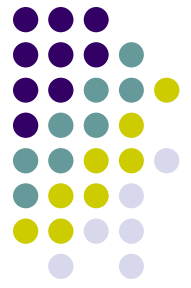
# Cosmos/m végeeselem programrendszer



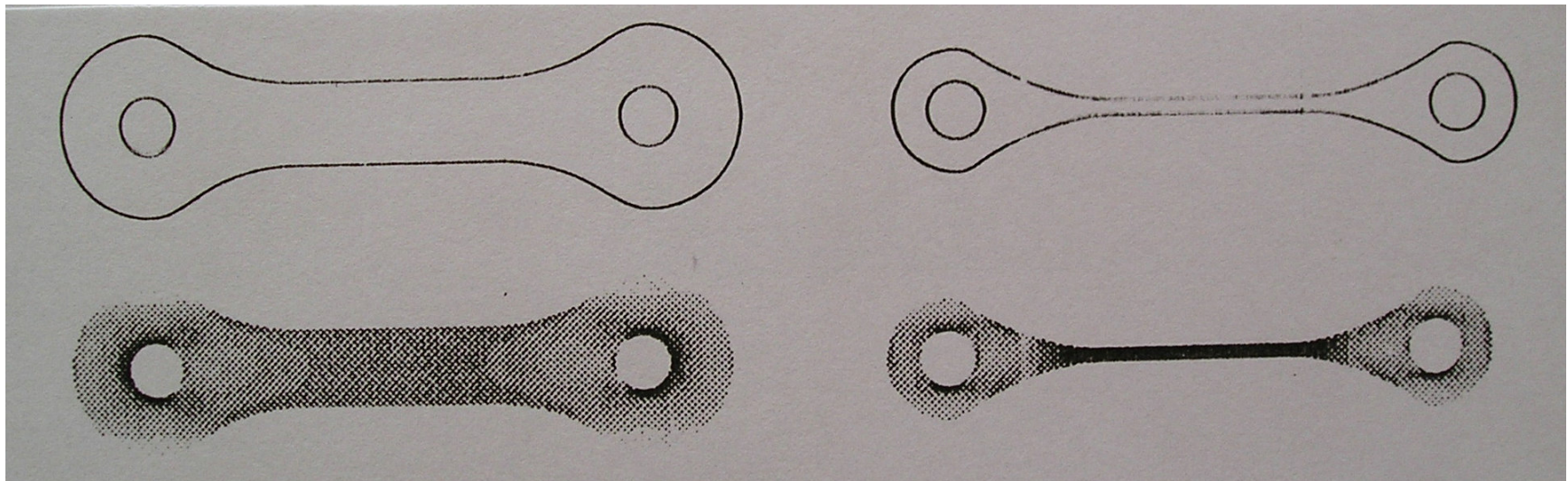
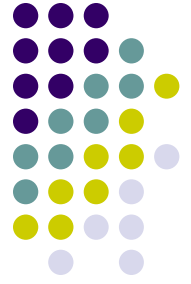


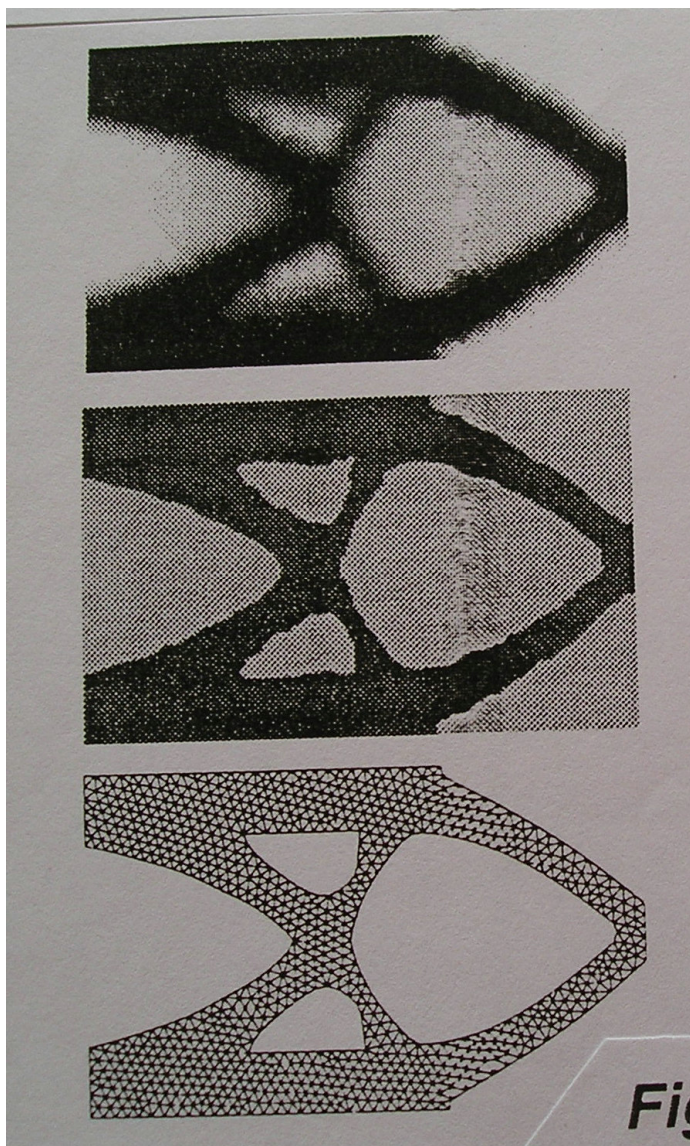


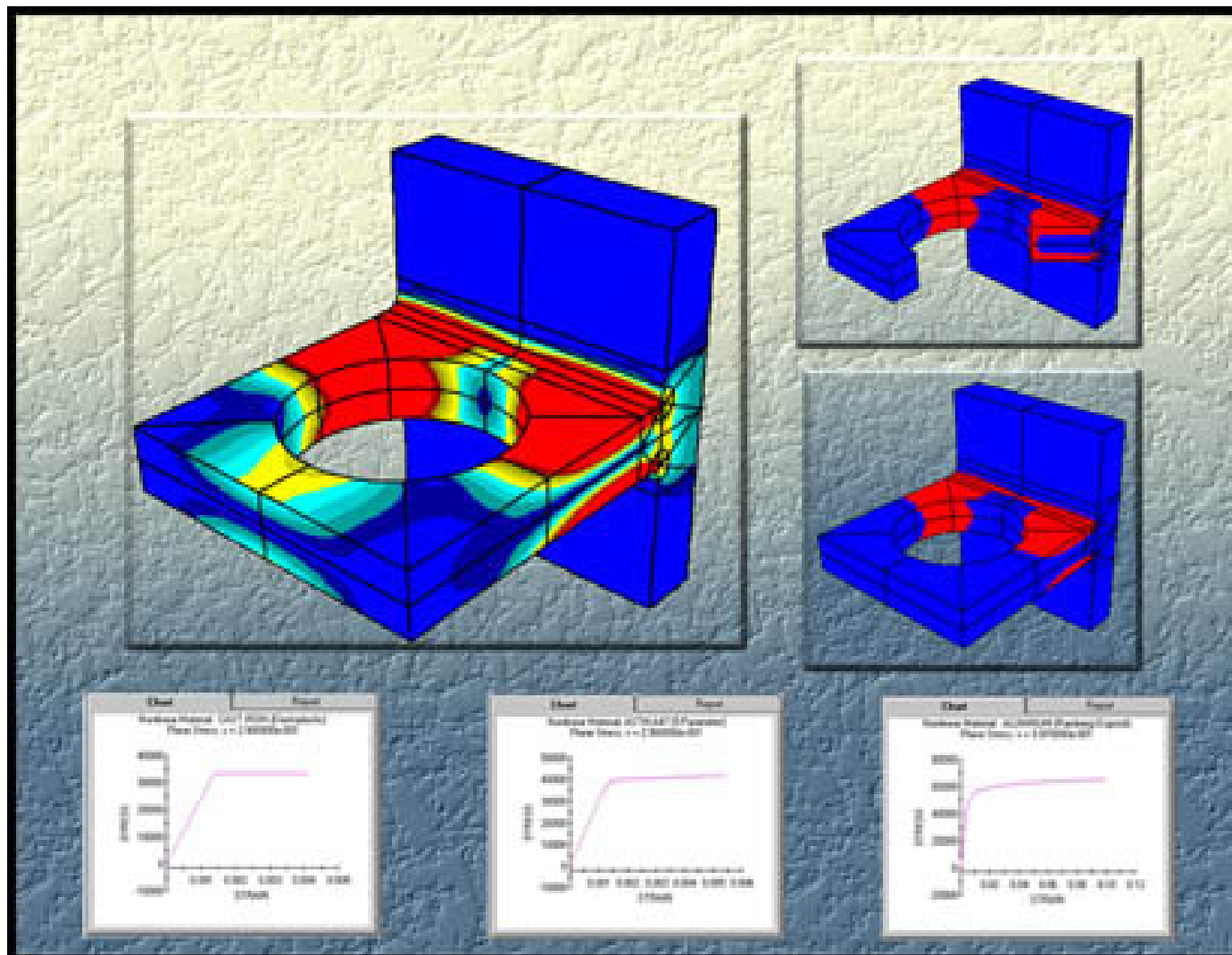


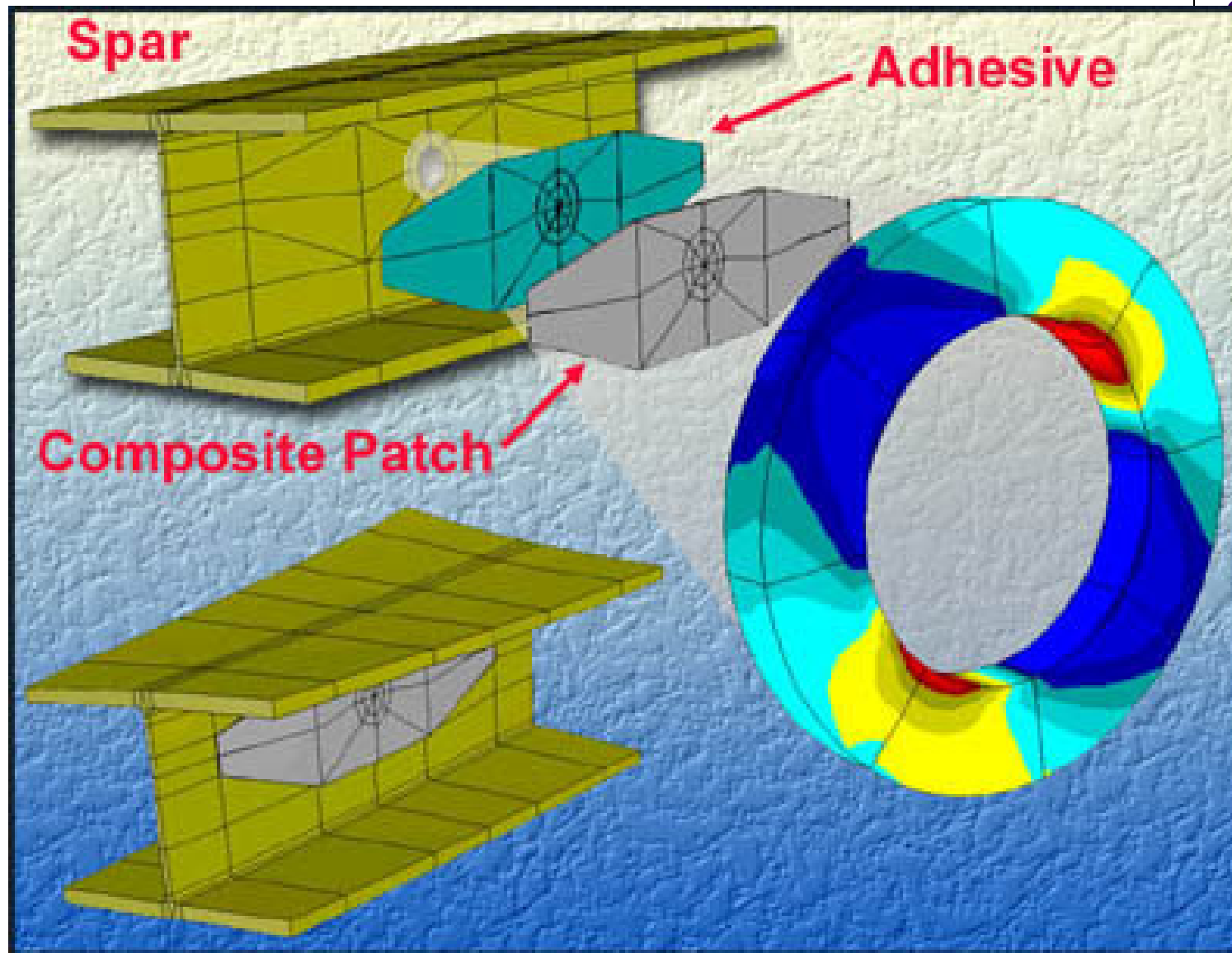


# Optimalizálás



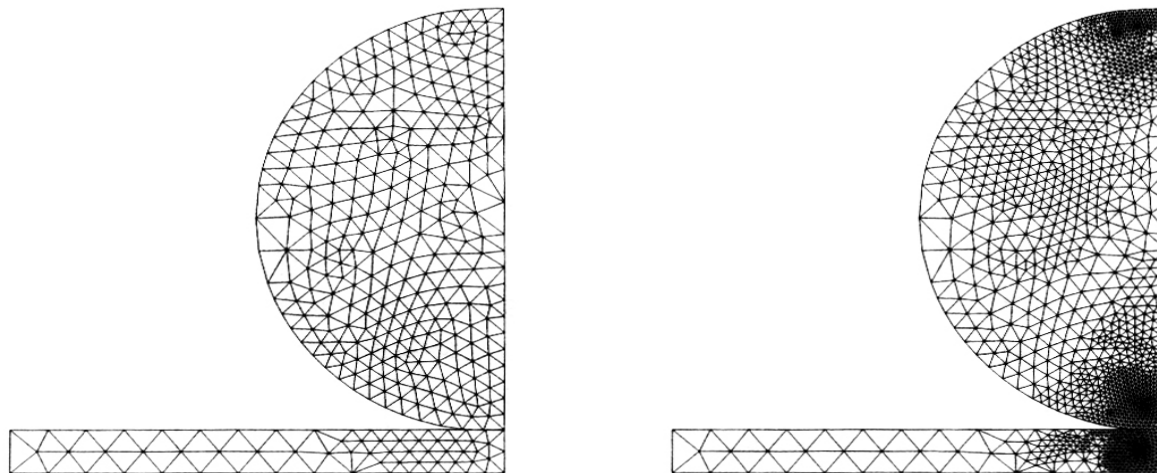






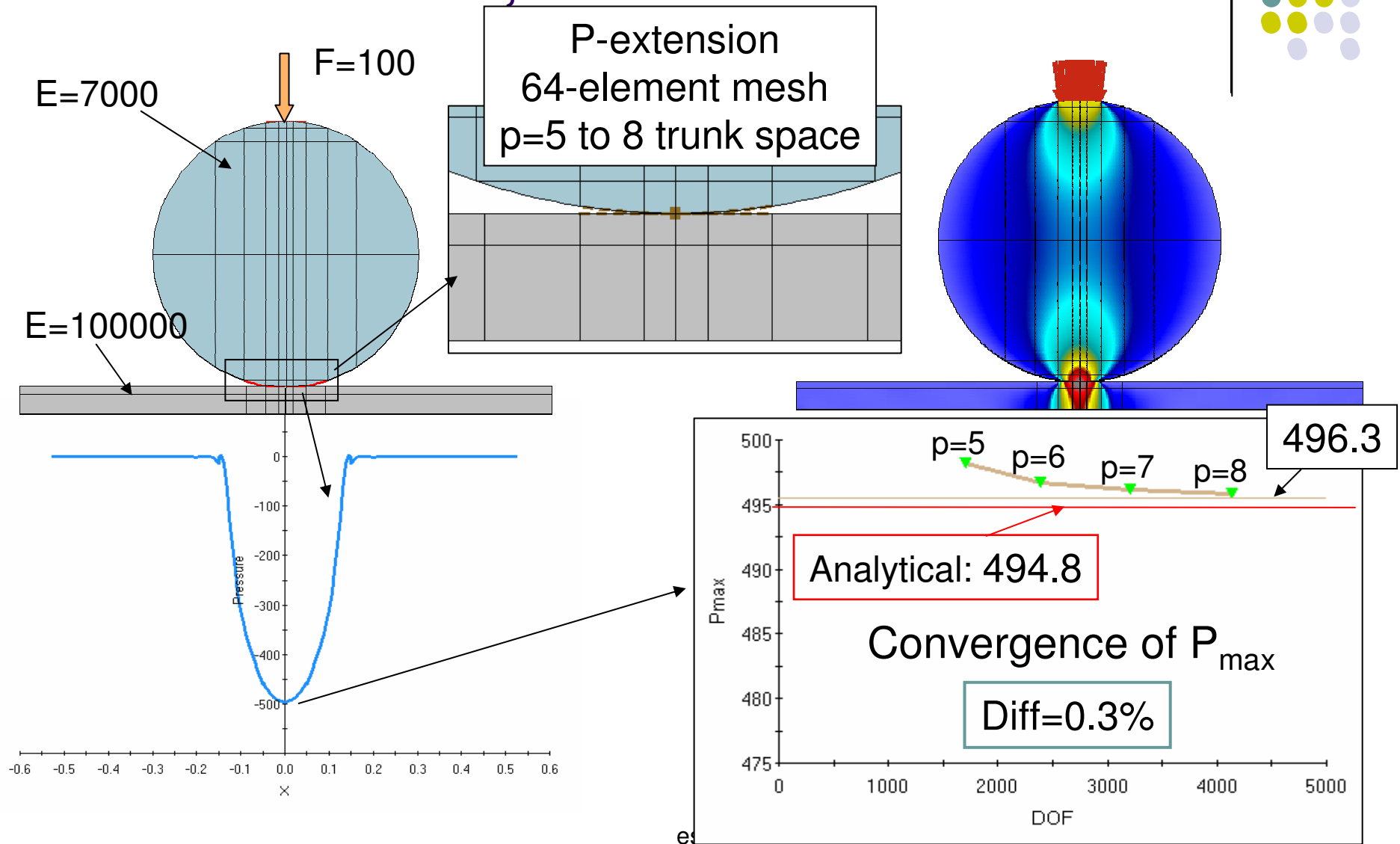
## ÉRINTKEZÉSI FELADATOK

**Forrás: P. Wriggers, Computational Contact Mechanics, Wiley, 2002, p. 372**



# Példa Hertz-féle érintkezésre

Forrás: Szabó Barna, St. Louis

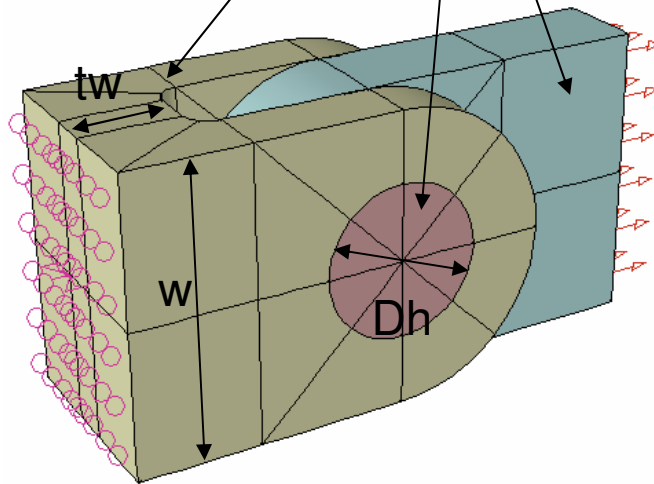


# 3D –s, több test közötti érintkezési feladat



3-test :

Járom, csap, húzórúd



**Kézi felosztás  
68-elem**

StressCheck V7.0.0a

LINEAR ID = SOL

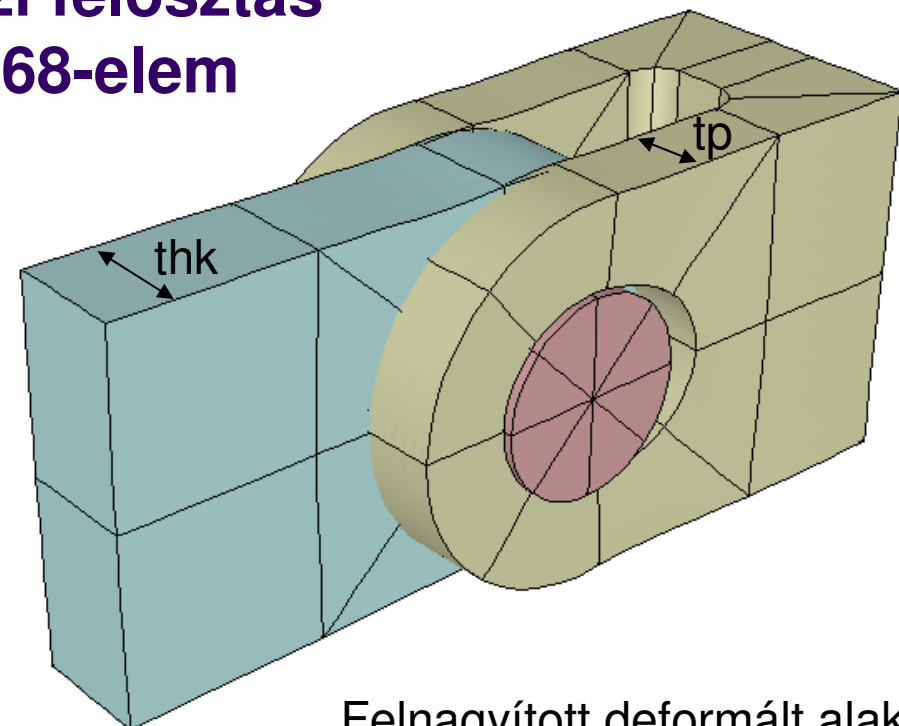
Run = 1 , DOF=7633

Deformed

Max = 6.272e-004

Min = -6.968e-003

|     |                   |  |            |
|-----|-------------------|--|------------|
| Dh  | Hole Diameter     |  | 6.250e-001 |
| W   | Lug Width         |  | 1.200e+000 |
| thk | Lug Thickness     |  | 3.750e-001 |
| tp  | Clevis thickness  |  | 2.500e-001 |
| tw  | Clevis back wall  |  | 4.000e-001 |
| Rf  | Clevis fillet     |  | 1.000e-001 |
| Fo  | Load              |  | 5.000e+003 |
| Kc  | Contact Stiffness |  | 1.000e+007 |



Felnagyított deformált alak

# 3D –s, több test közötti érintkezési feladat

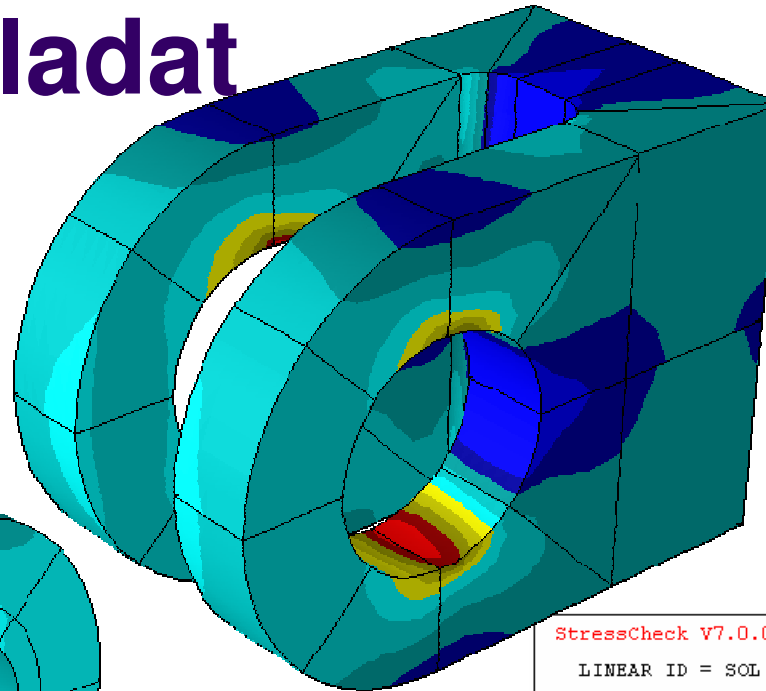
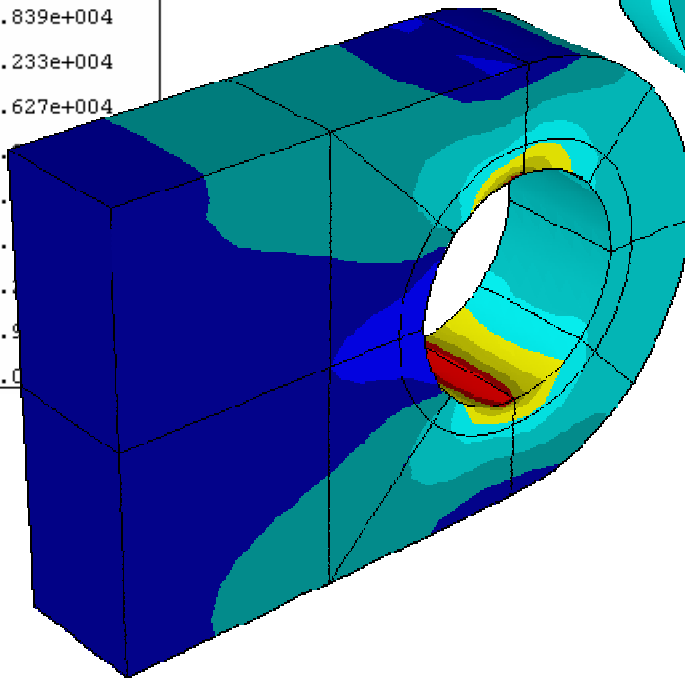
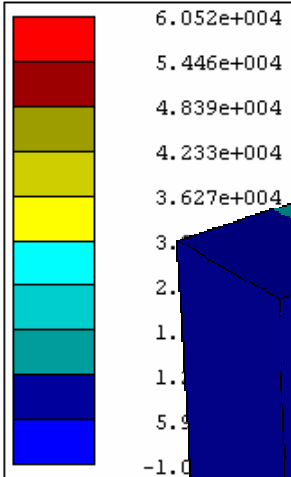


p=6

StressCheck V7.0.0a

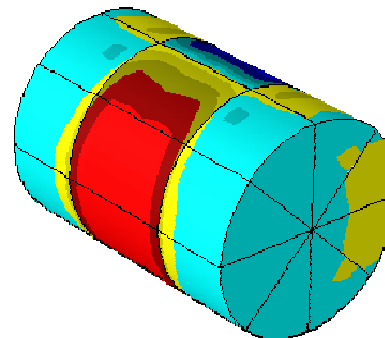
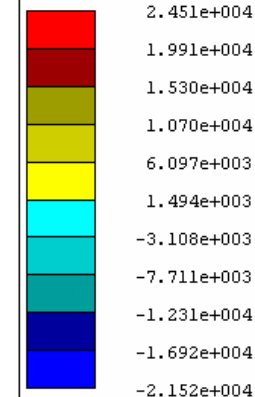
LINEAR ID = SOL  
Run = 1 , DOF=7633  
Fnc. = S1  
Max = 6.052e+004  
Min = -1.047e+002

Főfeszültség  $\sigma_1$



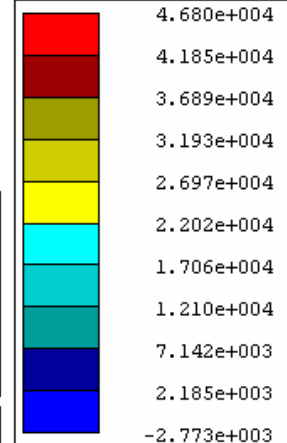
StressCheck V7.0.0a

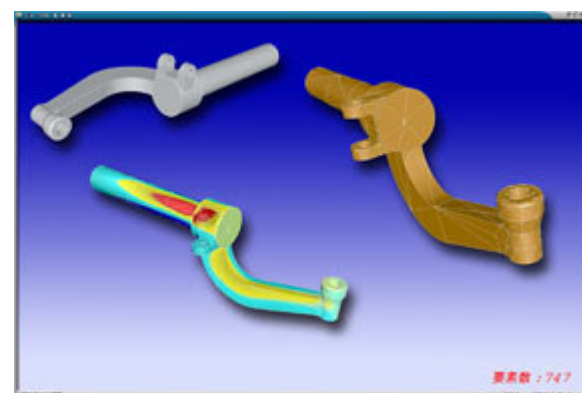
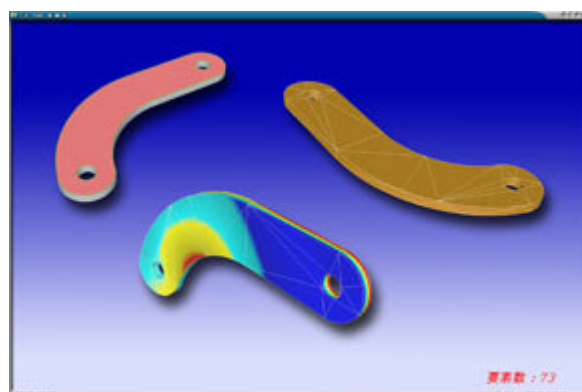
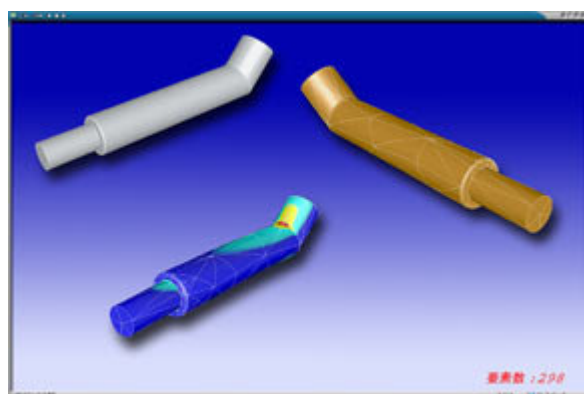
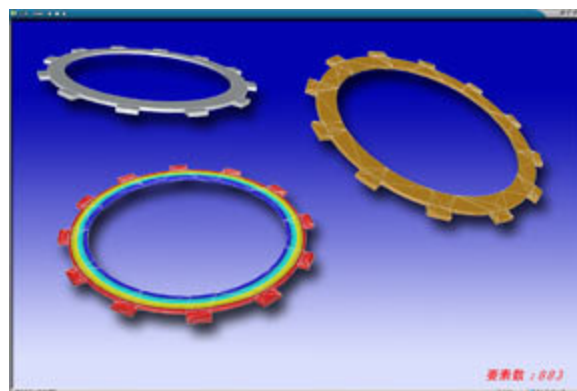
LINEAR ID = SOL  
Run = 1 , DOF=7633  
Fnc. = S1  
Max = 2.451e+004  
Min = -2.152e+004



StressCheck V7.0.0a

LINEAR ID = SOL  
Run = 1 , DOF=7633  
Fnc. = S1  
Max = 4.680e+004  
Min = -2.773e+003



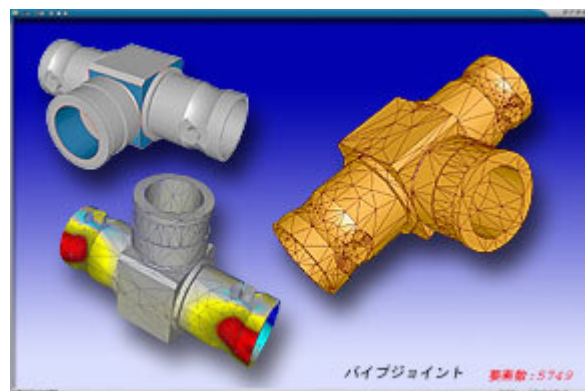




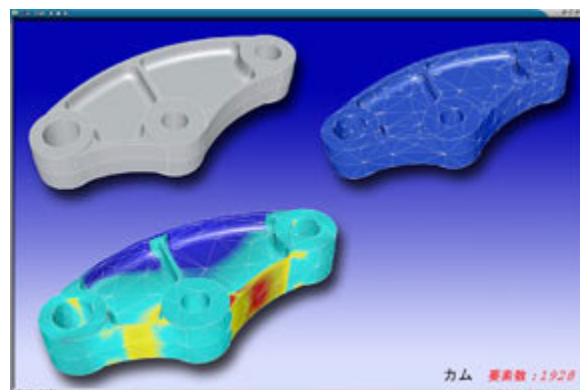
シャフトホルダー 要素数: 257



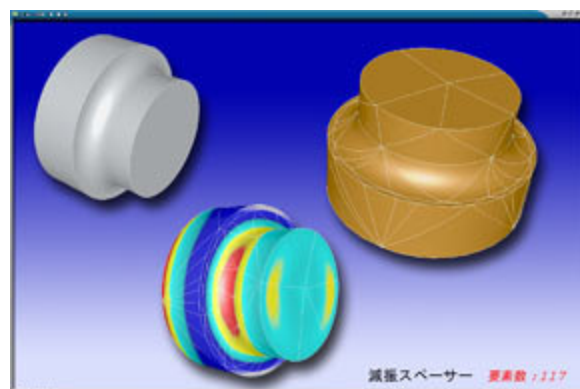
インペラー 要素数: 9948



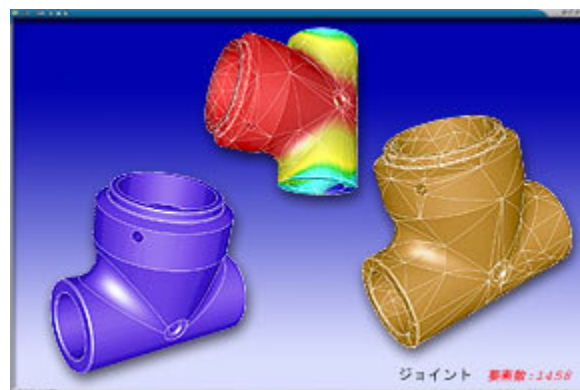
パイプジョイント 要素数: 5749



カム 要素数: 1928



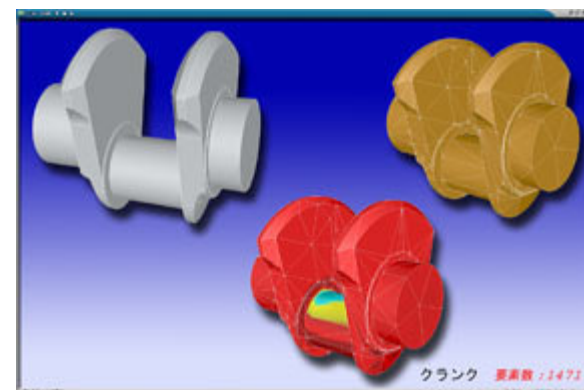
減振スペーサー 要素数: 317



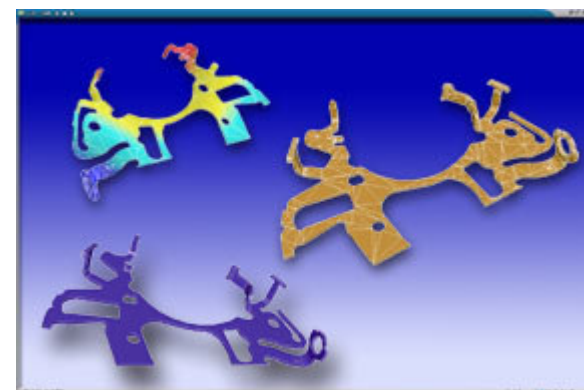
ジョイント 要素数: 1458



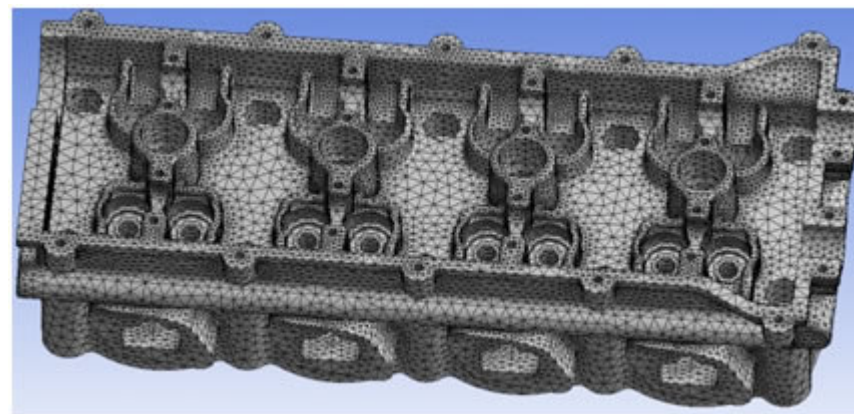
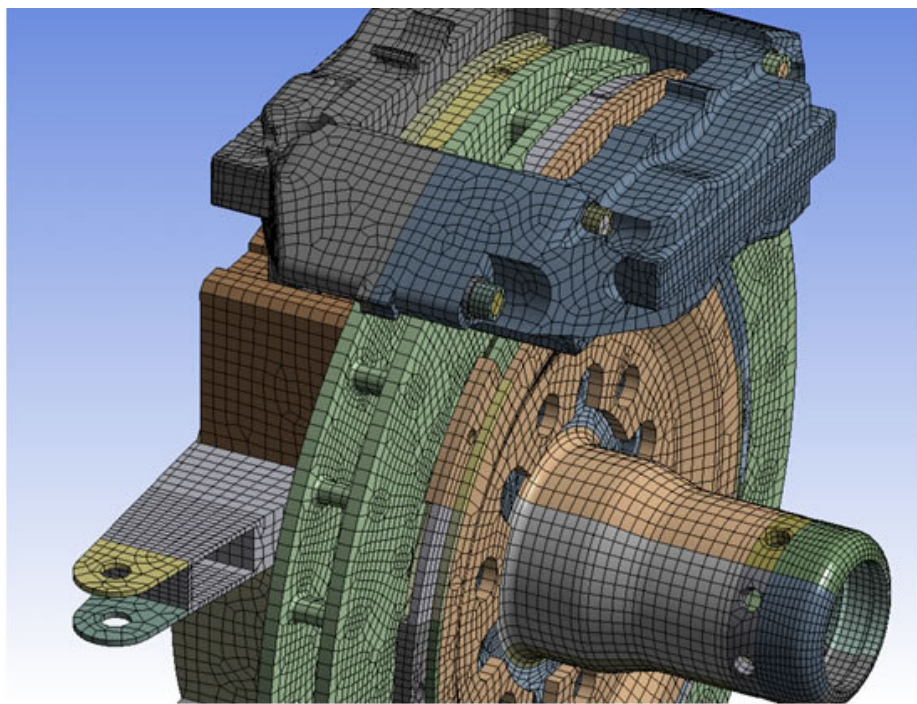
ピストン (1/4) 要素数: 1566

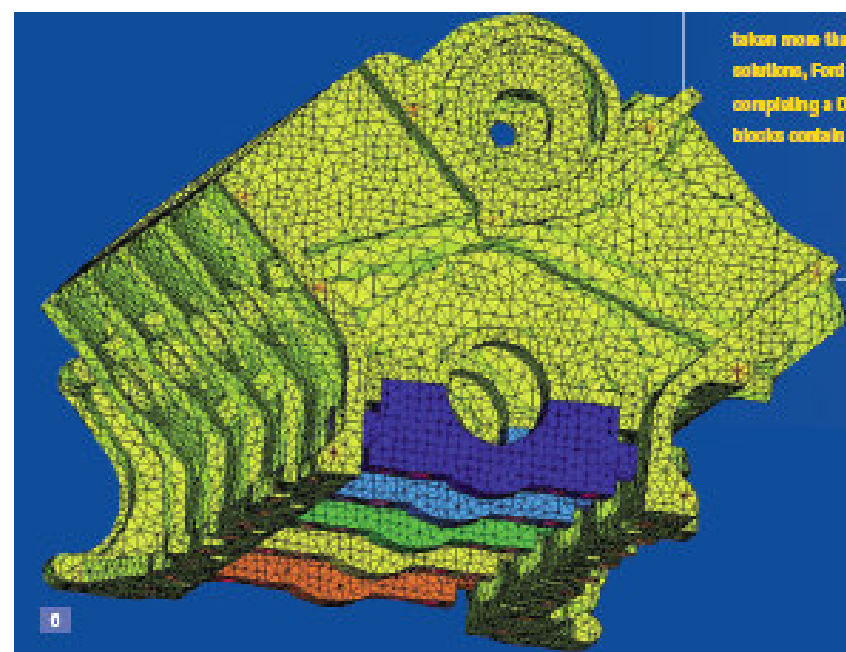


クランク 要素数: 1471

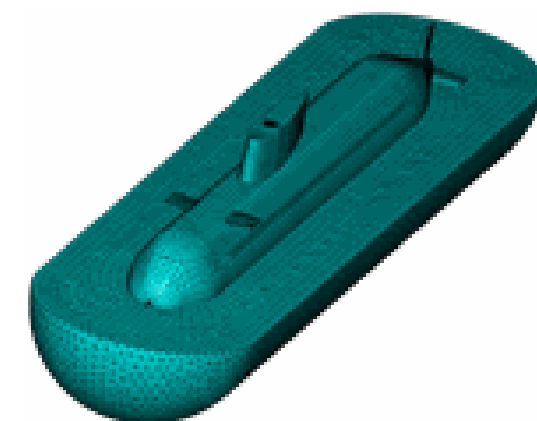
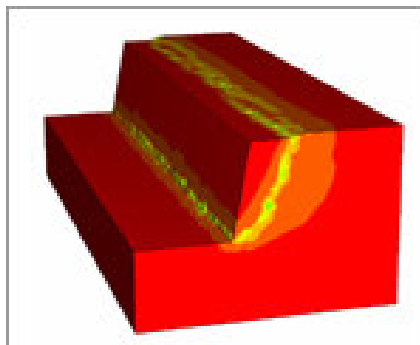
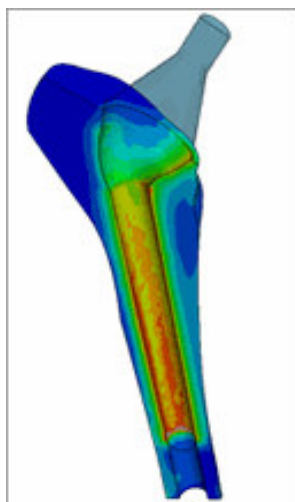
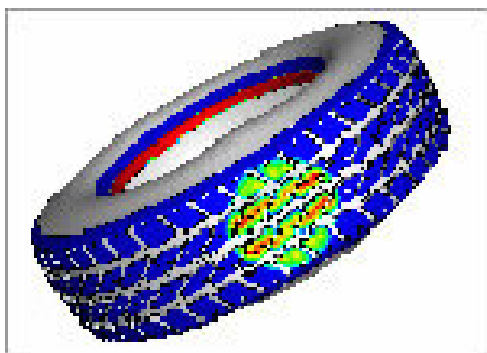
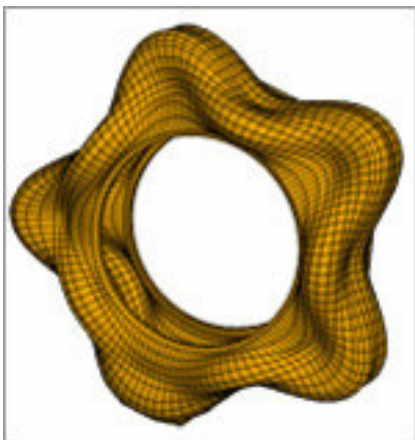


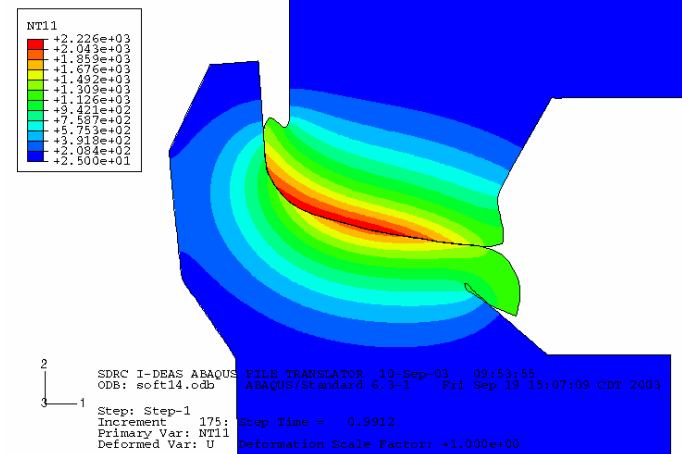
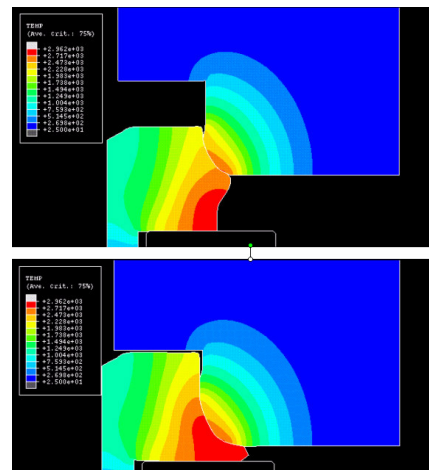
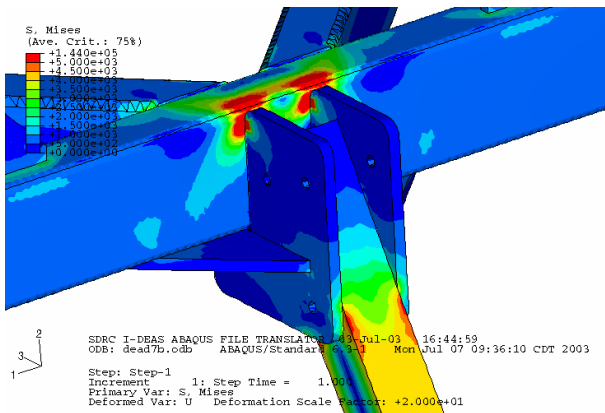
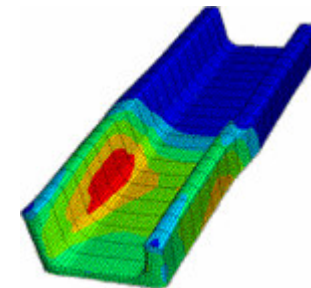
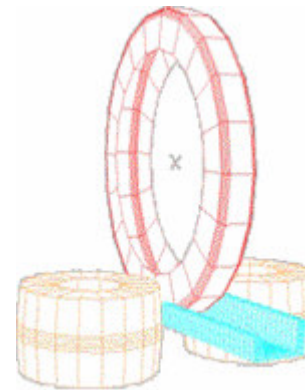
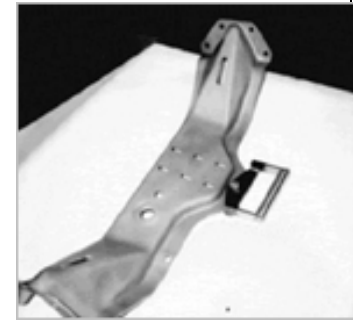
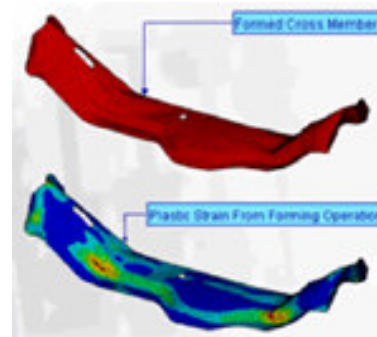
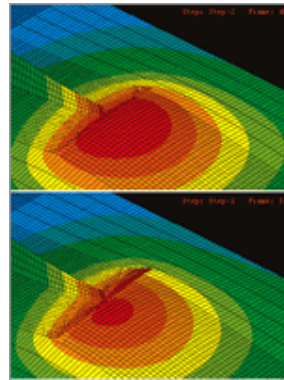
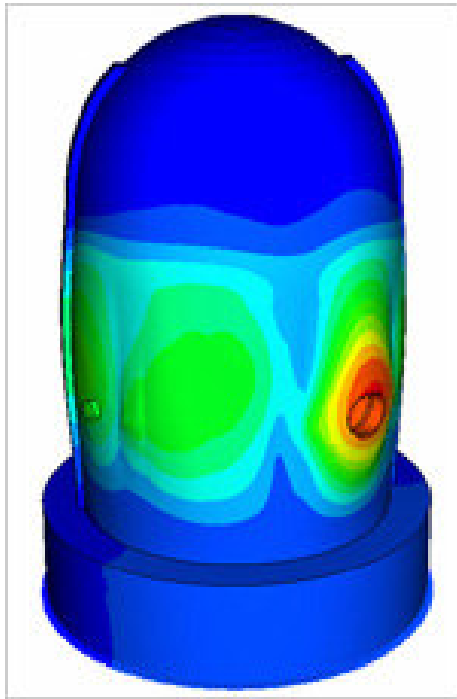
# ANSYS programrendszer





# ABAQUS programrendszer



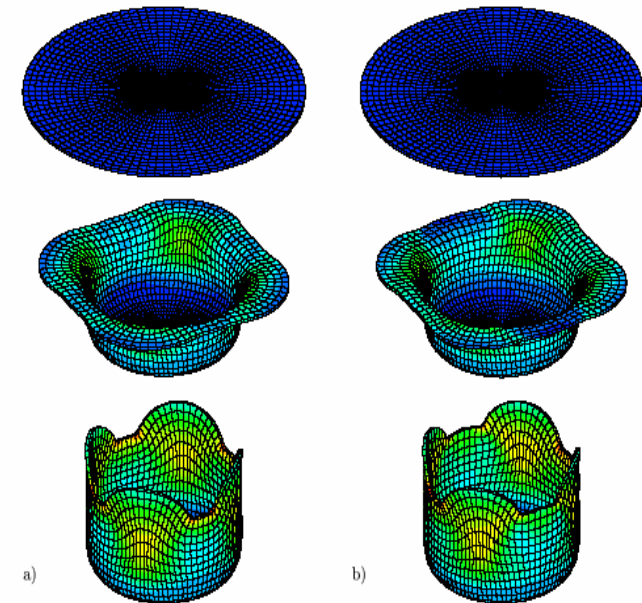
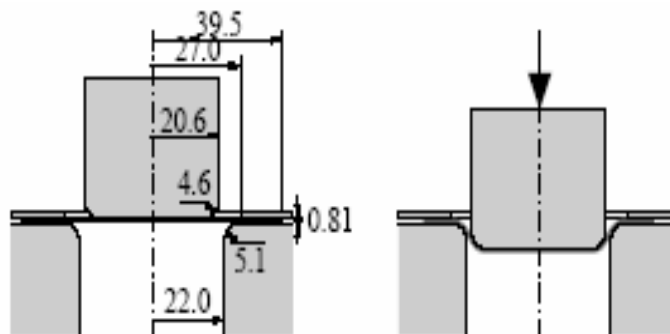


**WCCM V**  
**Fifth World Congress on**  
**Computational Mechanics**  
July 7–12, 2002, Vienna, Austria  
Eds.: H.A. Mang, F.G. Rammerstorfer,  
J. Eberhardsteiner



**N. Apel\*, C. Miehe**

Institut für Mechanik (Bauwesen)  
Pfaffenwaldring 7, Universität Stuttgart, Germany  
e-mail: [apel@mechbau.uni-stuttgart.de](mailto:apel@mechbau.uni-stuttgart.de)



# ADINA programrendszer

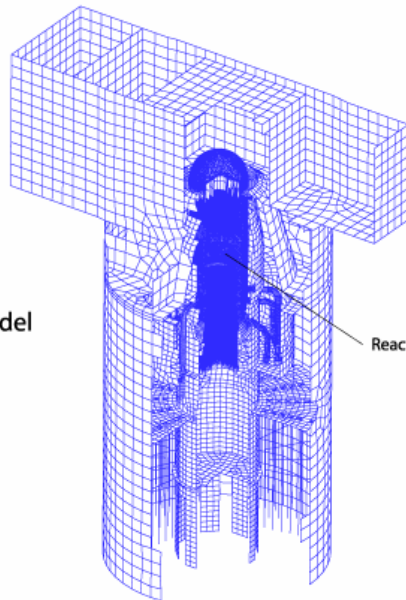


- <http://www.adina.com/index.shtml>

ADINA

TIME 1.000

Whole model



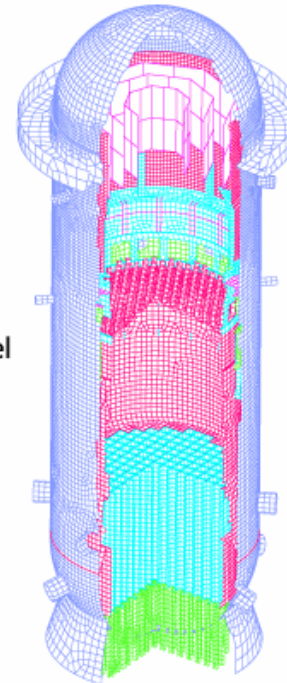
Reactor Pressure Vessel



ADINA

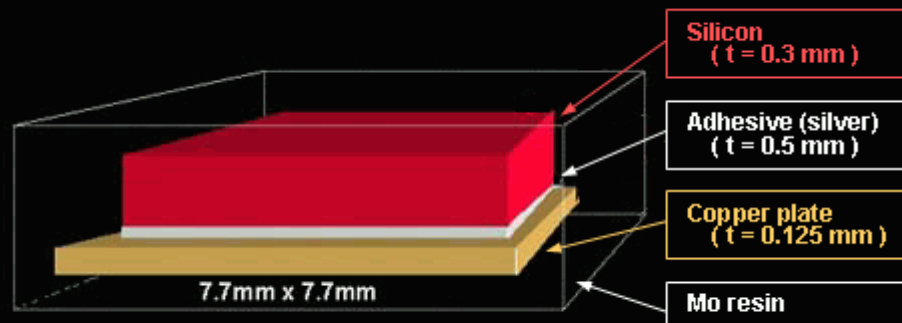
TIME 1.000

Reactor Pressure Vessel

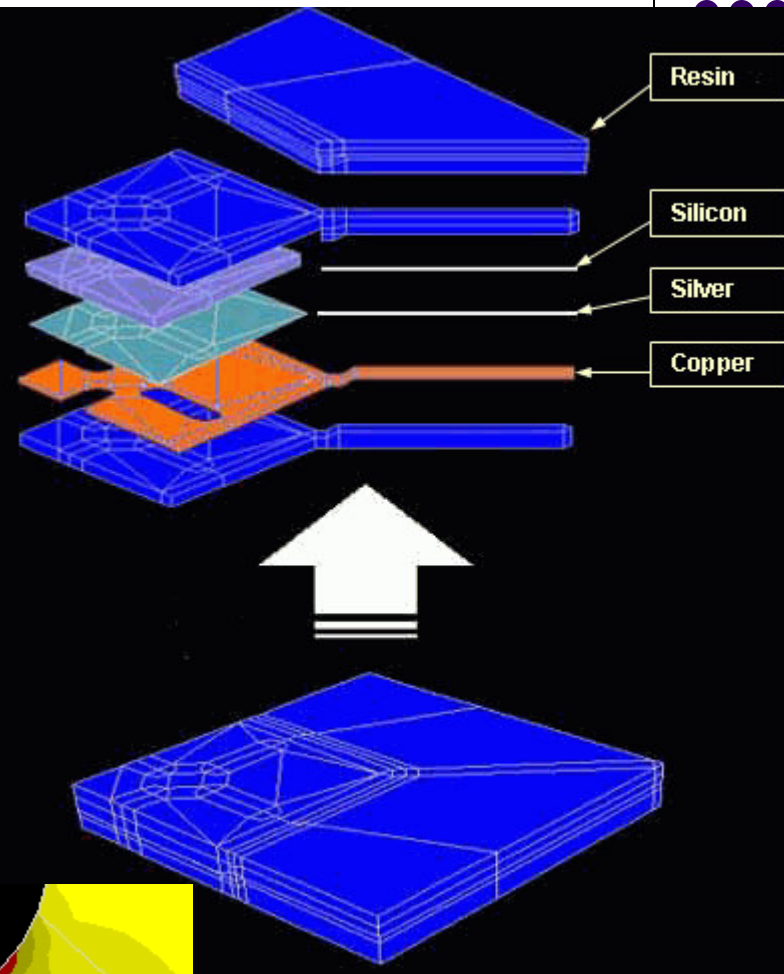
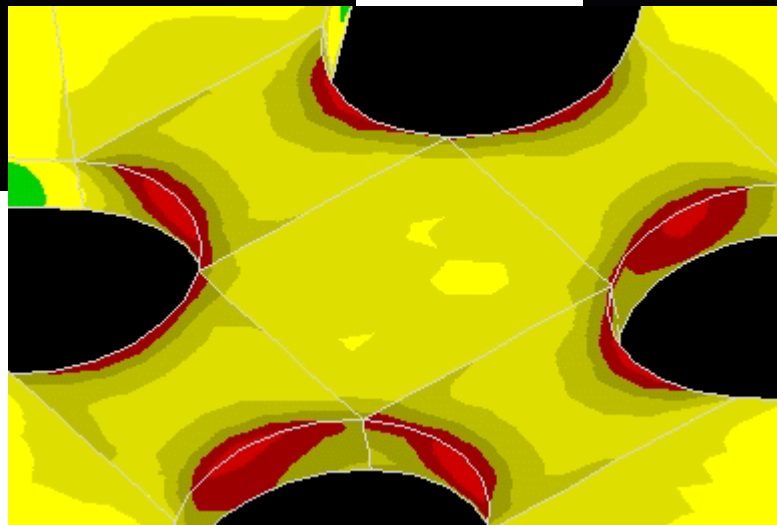
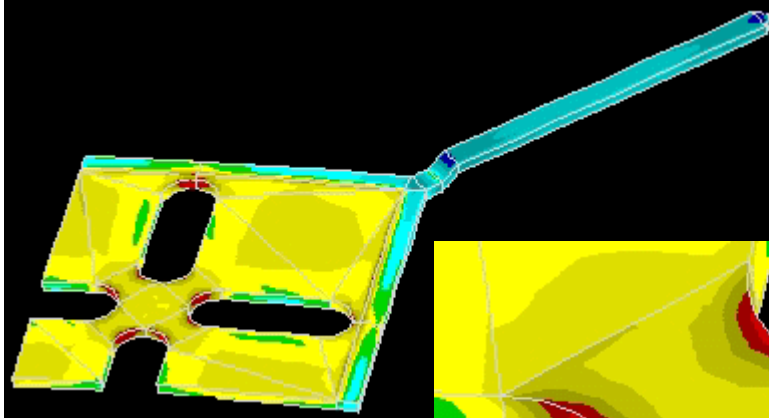


## Thermal stress analysis of an IC chip

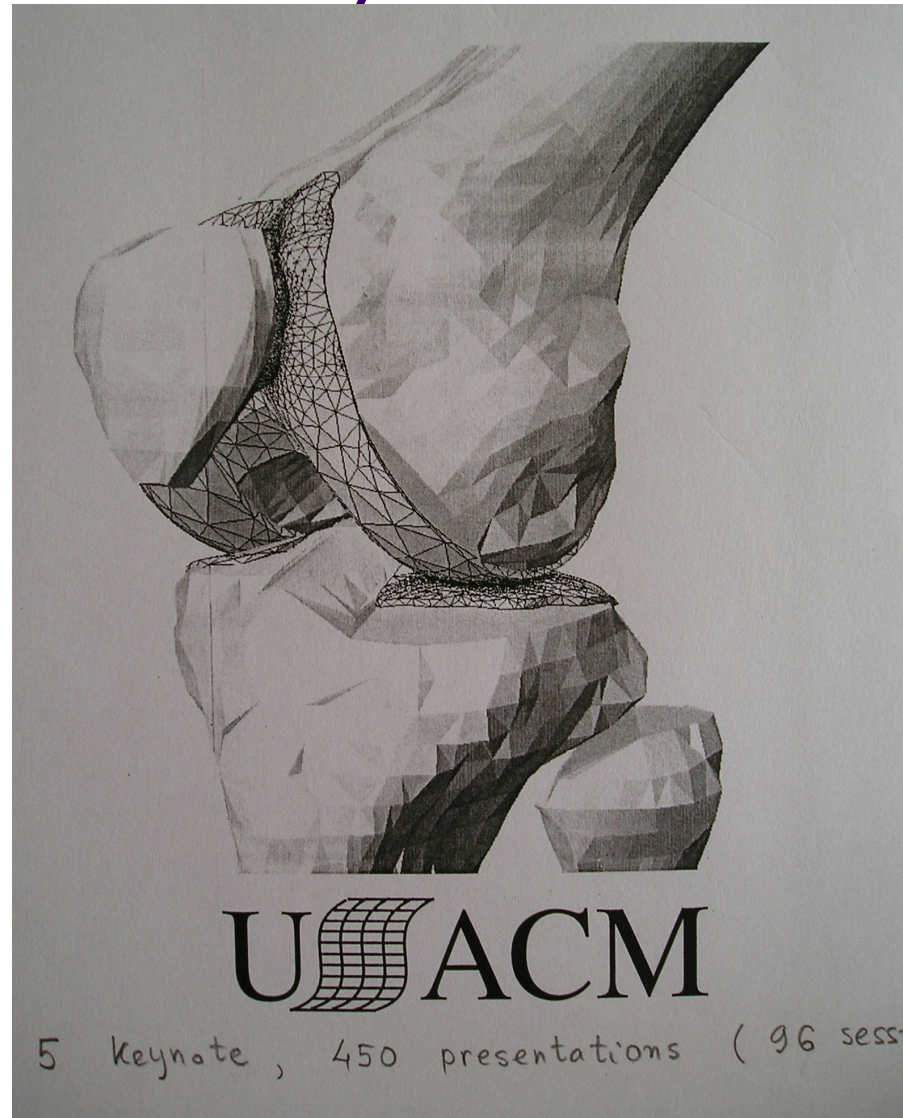
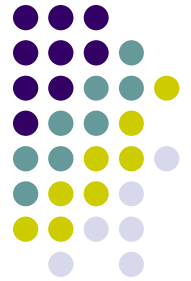
Analysis condition :  
Temperature difference = 100°C (125 – 25 °C )



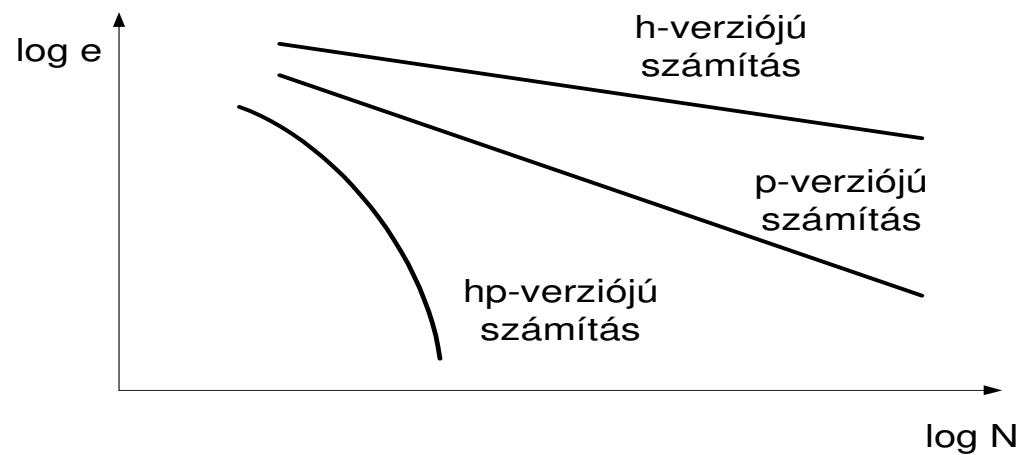
°C, MPa, N, Sec )



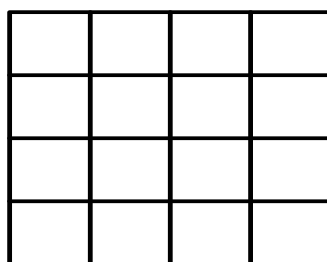
# USA Numerikus mechanika kongresszus (1997, San Francisco)



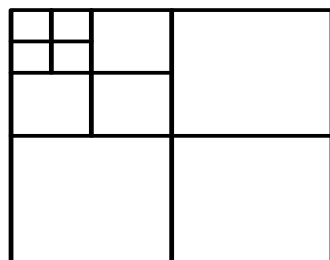
# Megoldás konvergenciája



$p=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$   
p-verziójú számítás



h-verziójú  
számítás  
( $p=2$ )

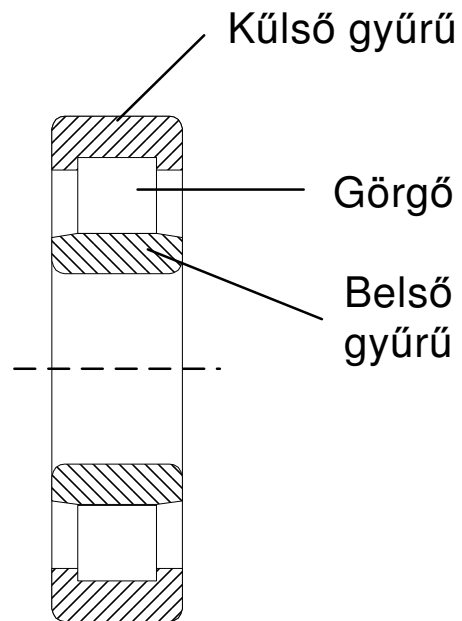


hp-verziójú  
számítás

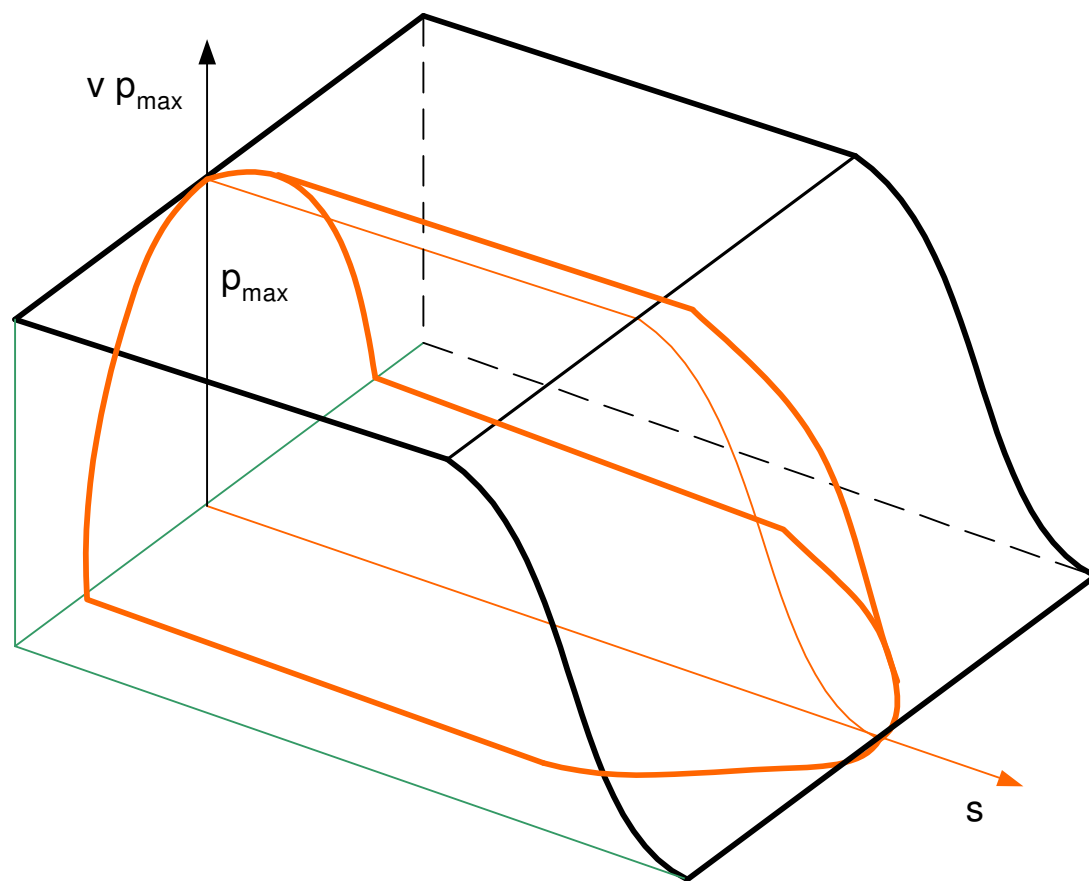


## Saját kutatásainkból:

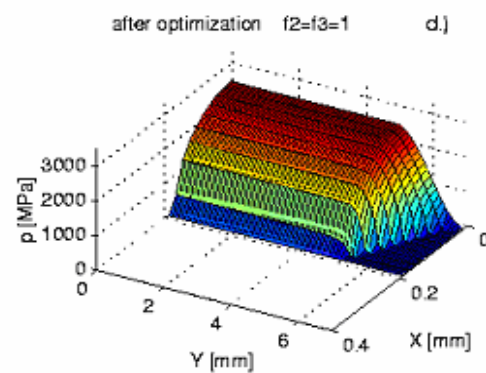
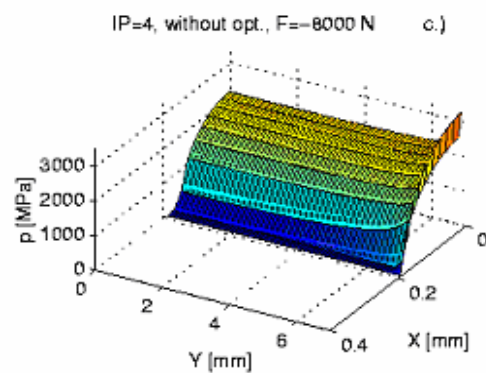
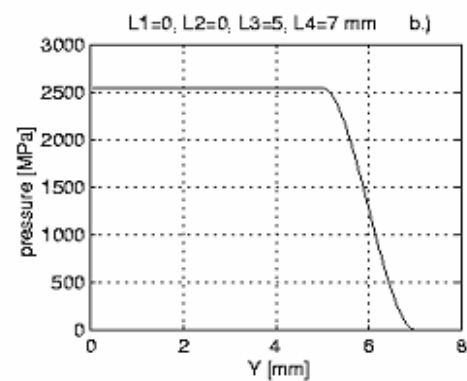
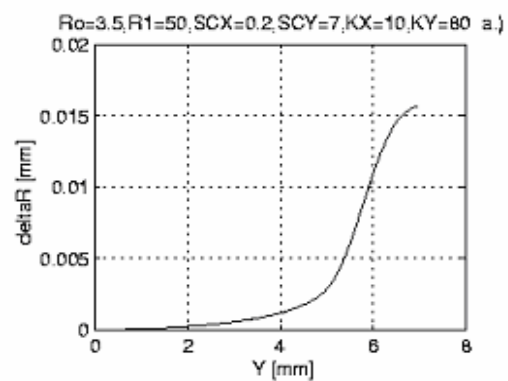
### 1.S Görgők lekerekítése (Páczelt I. - Baksa A.)



## Nyomás vezérlése



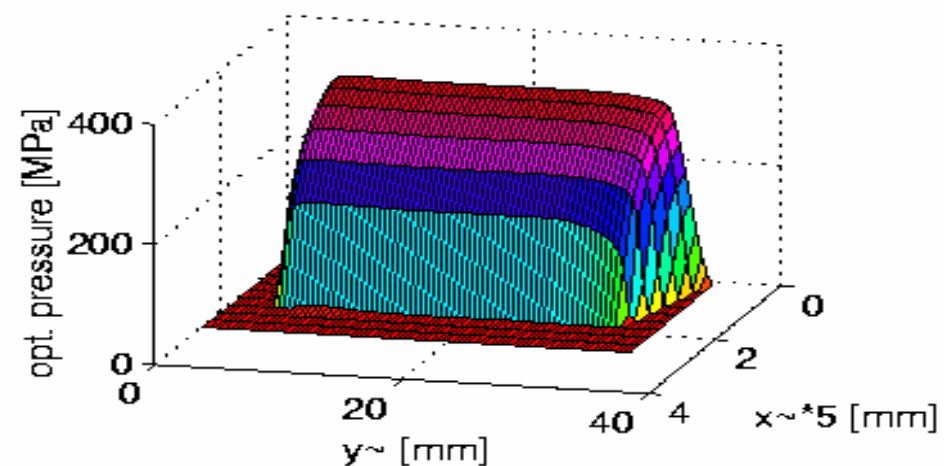
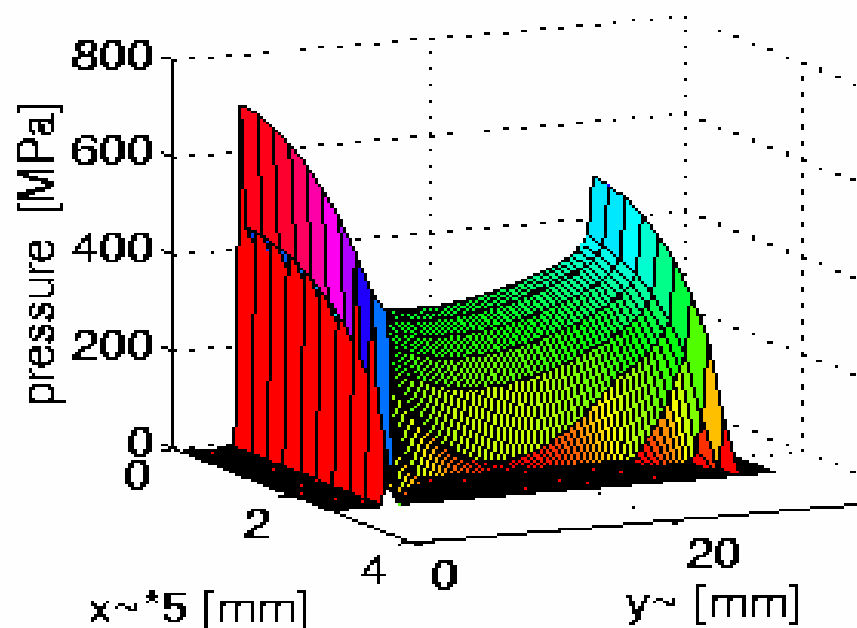
# Szimmetrikus terhelésnél



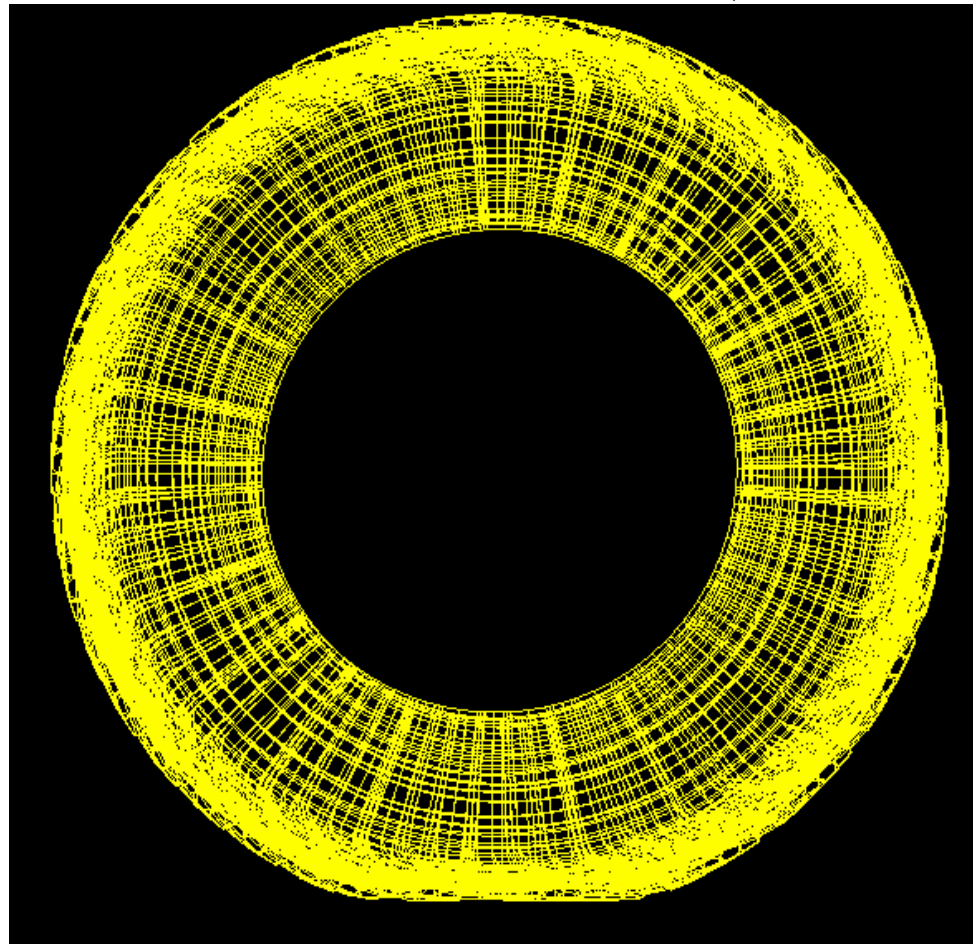
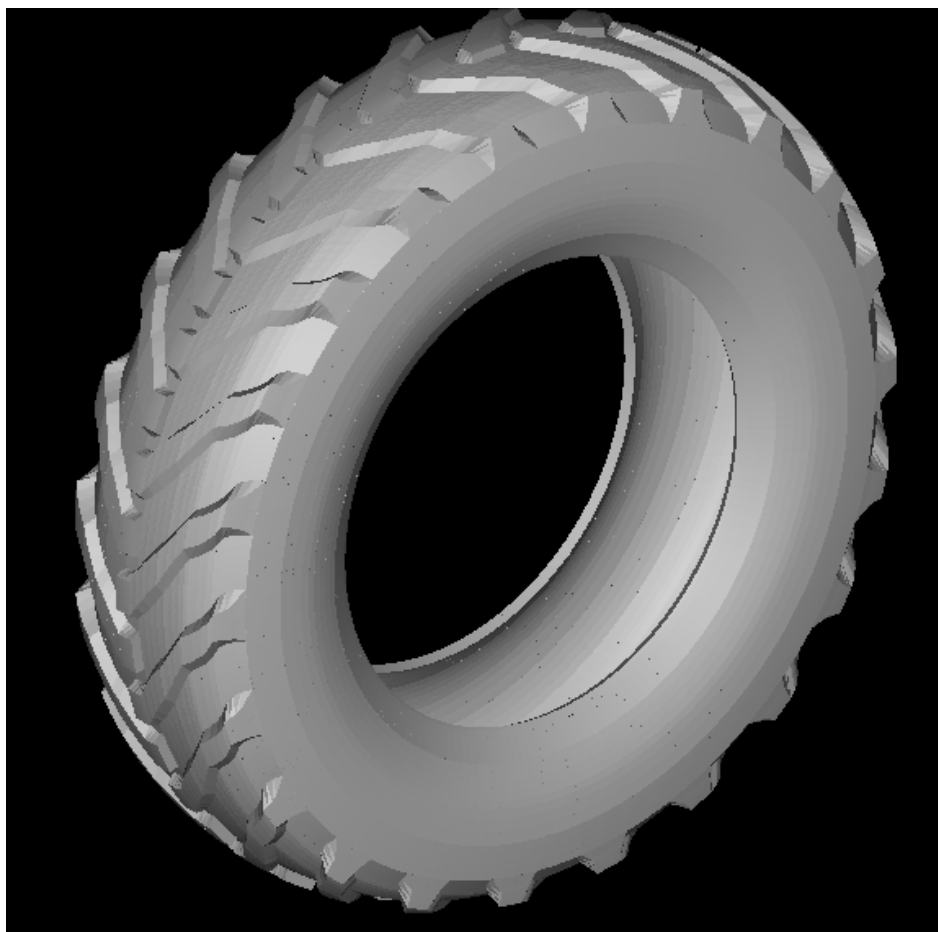


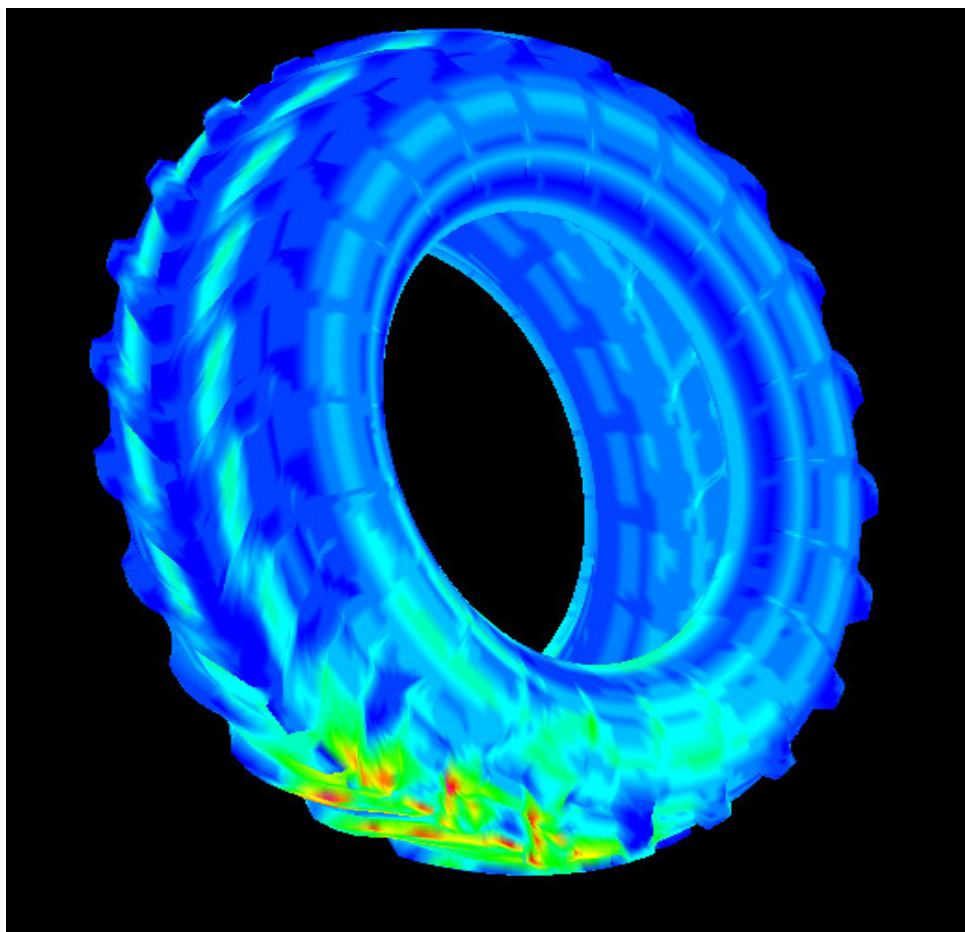
## Excentrikus terhelésnél

$R=60, kx=10, ky=80, scx=0.55, scy=35, ns=2$

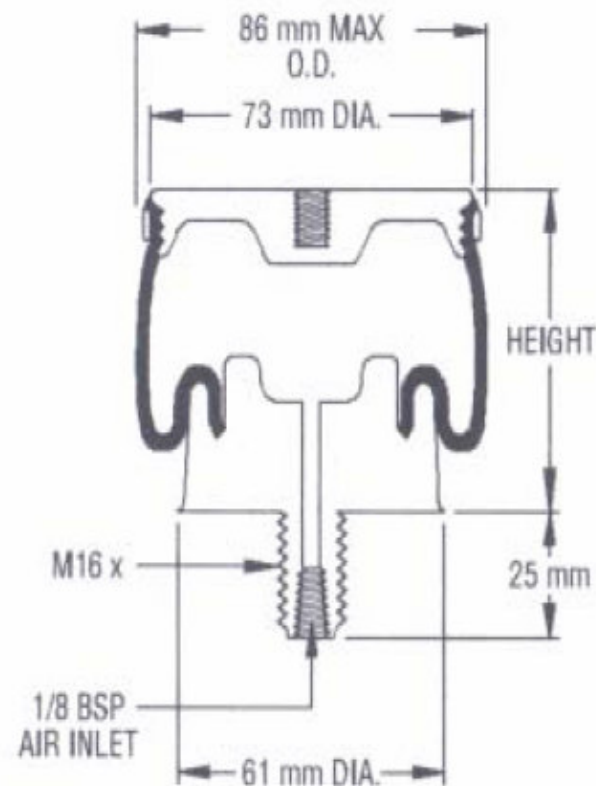
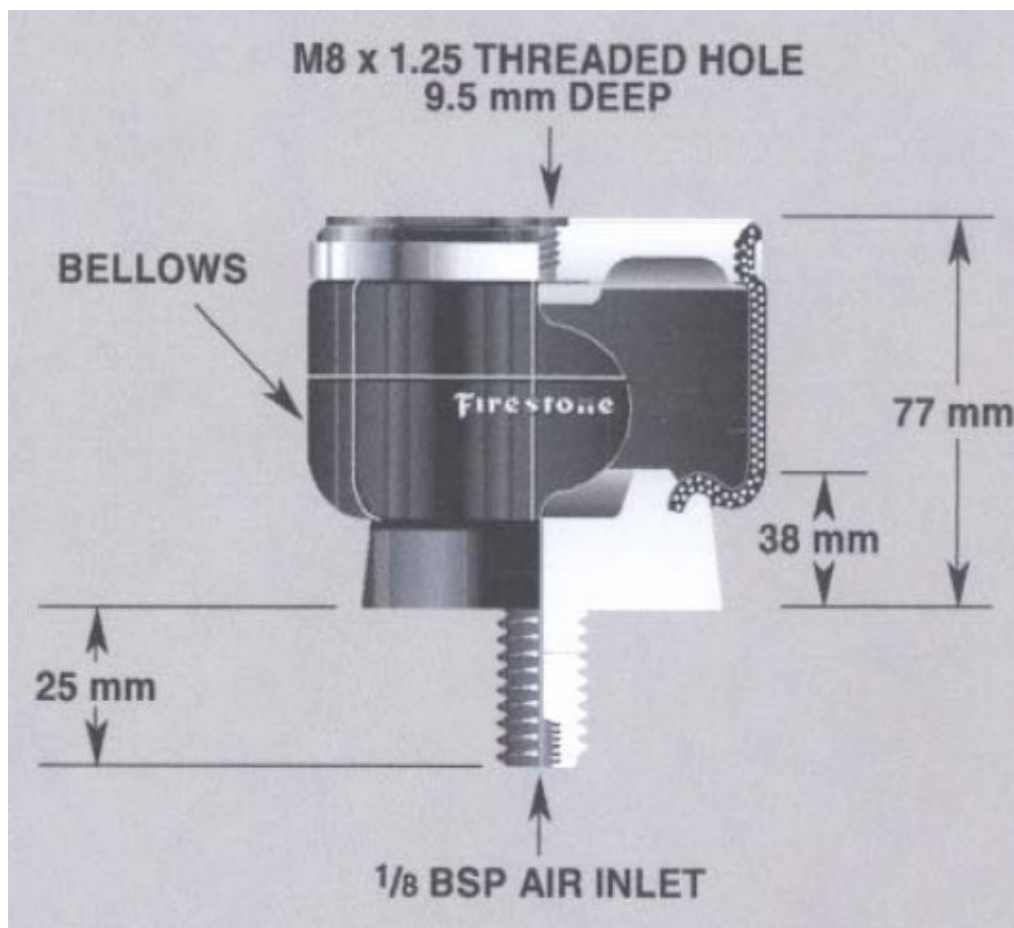


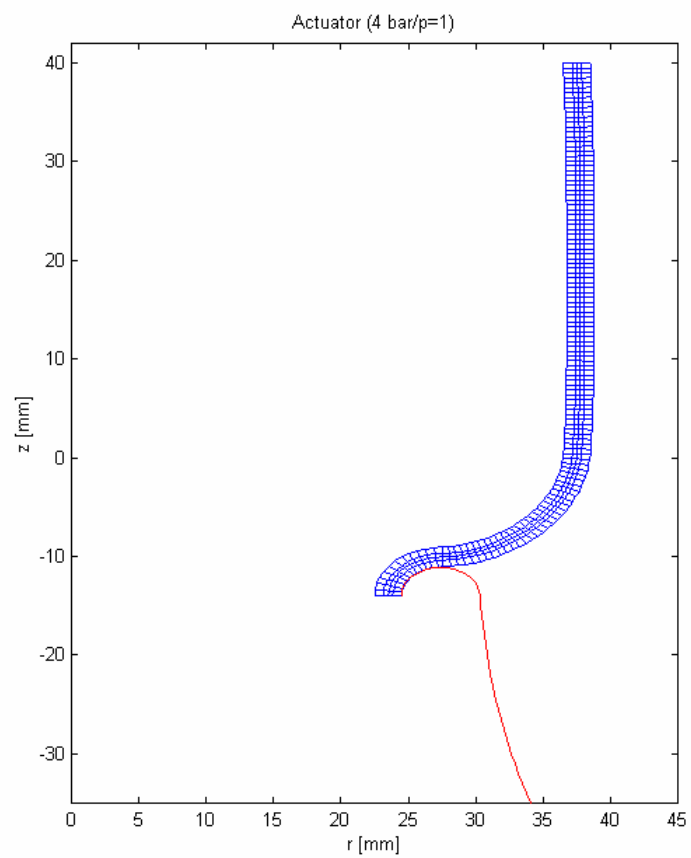
## 2.S Gumiabroncsok vizsgálata (Nándori F.- Sárközi L. – Szabó T. - Lajos S.)

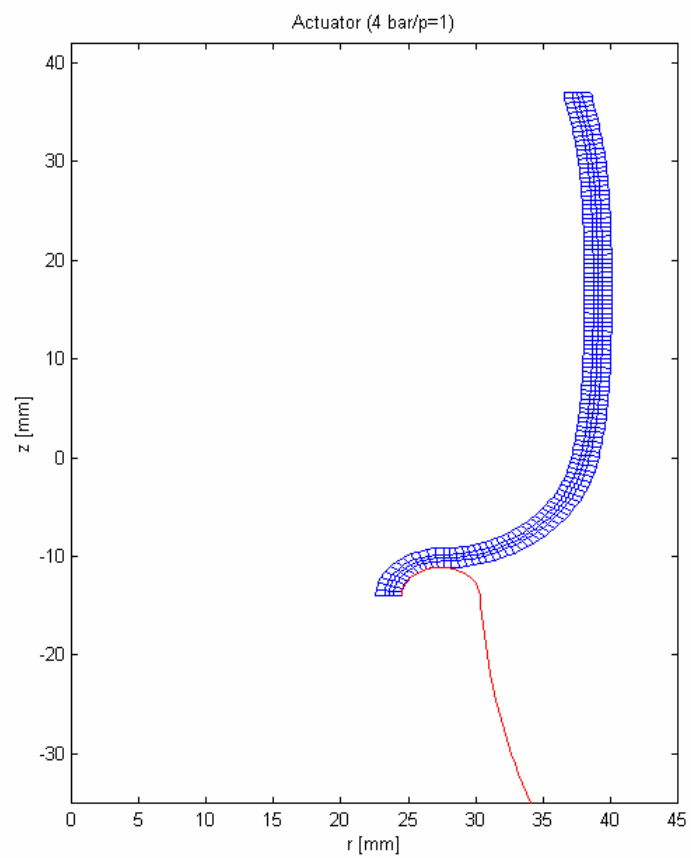


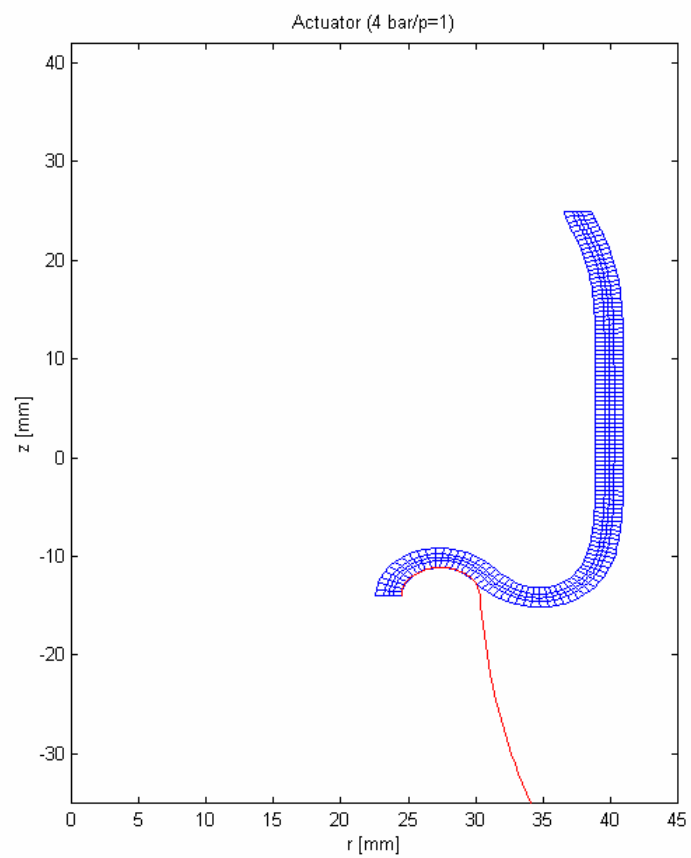


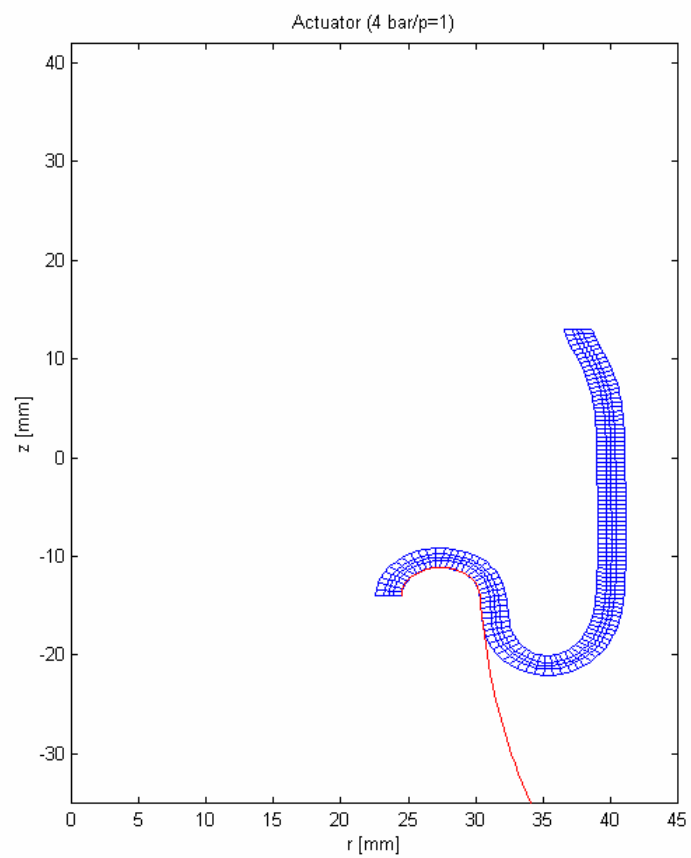
### 3.S Gumikompozitok ( légrugó) vizsgálata p-verziójú VEM-el (Nándori F. – Szabó T.)

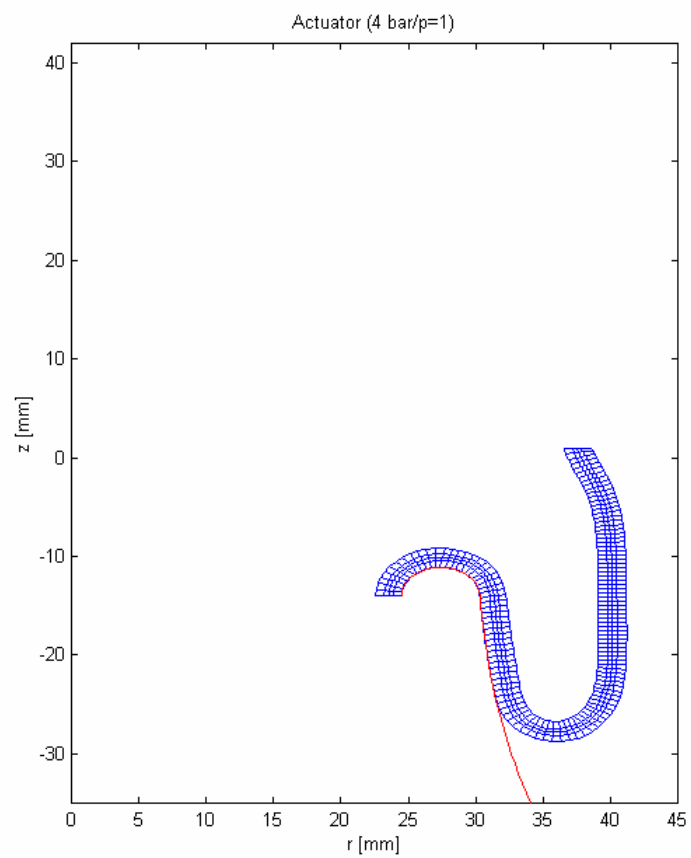


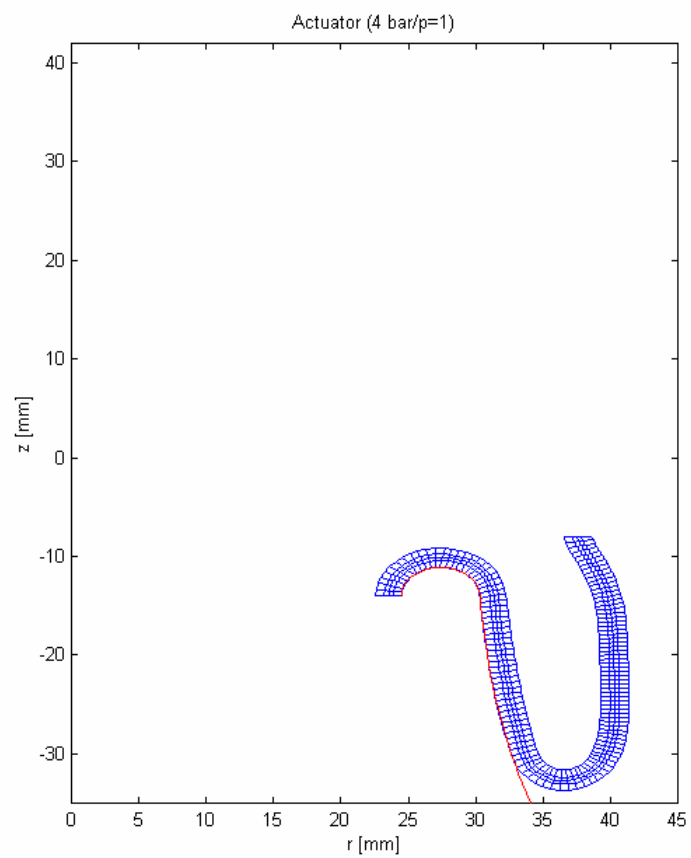


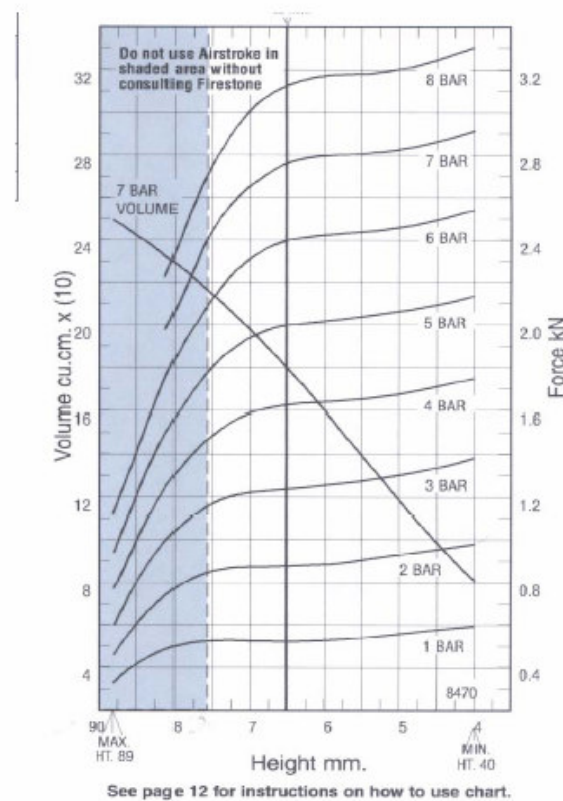
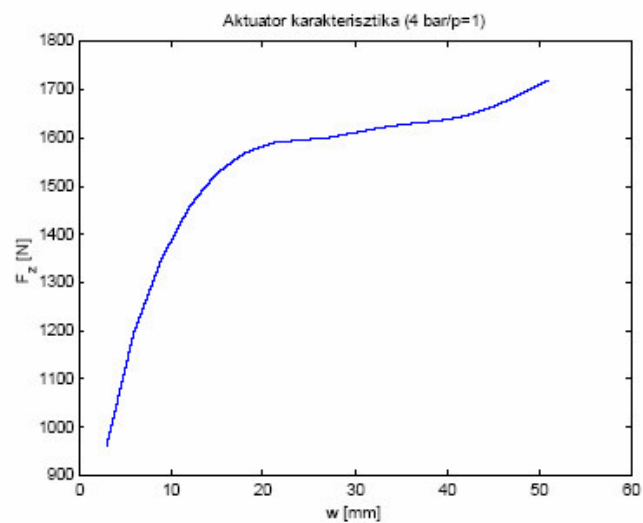






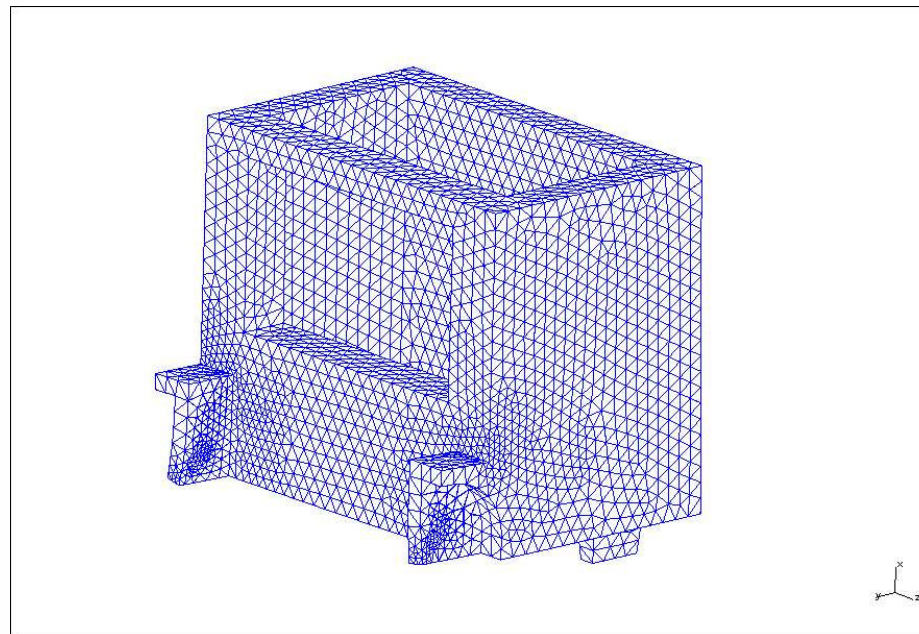
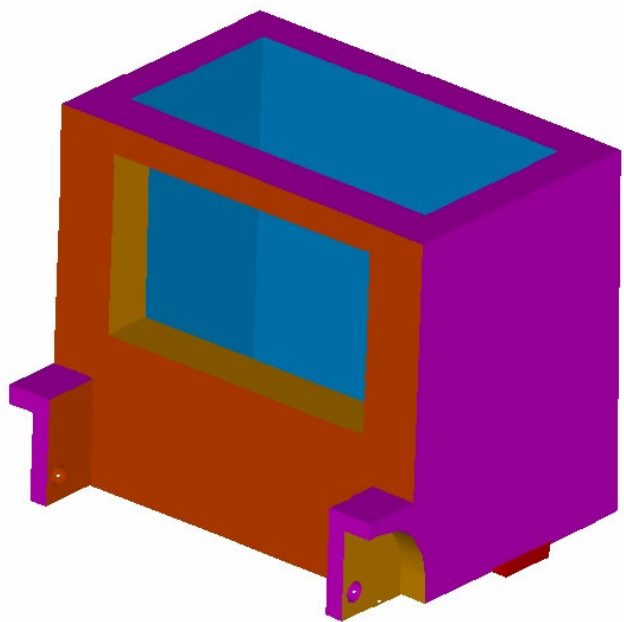




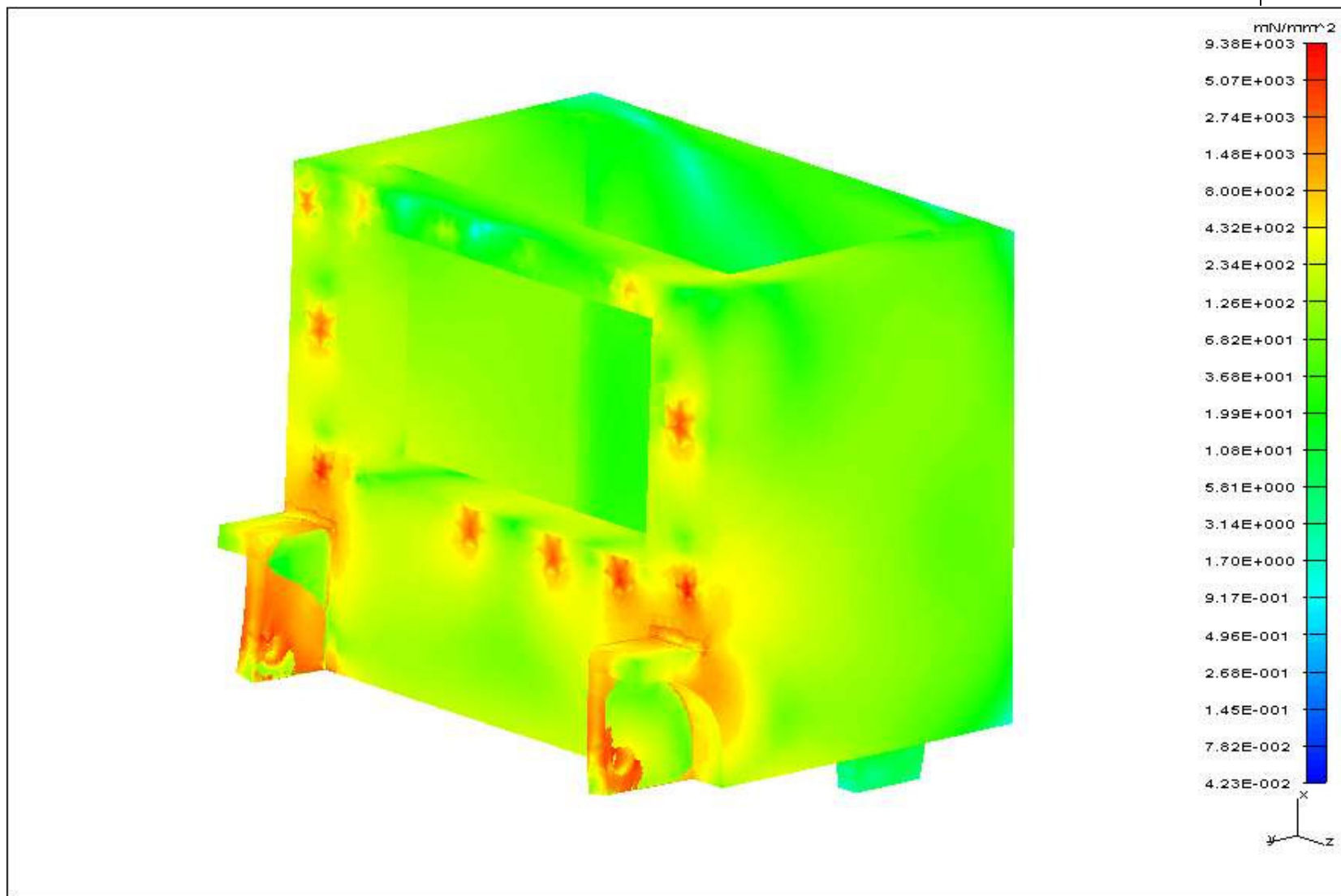


Erő-elmozdulási görbe

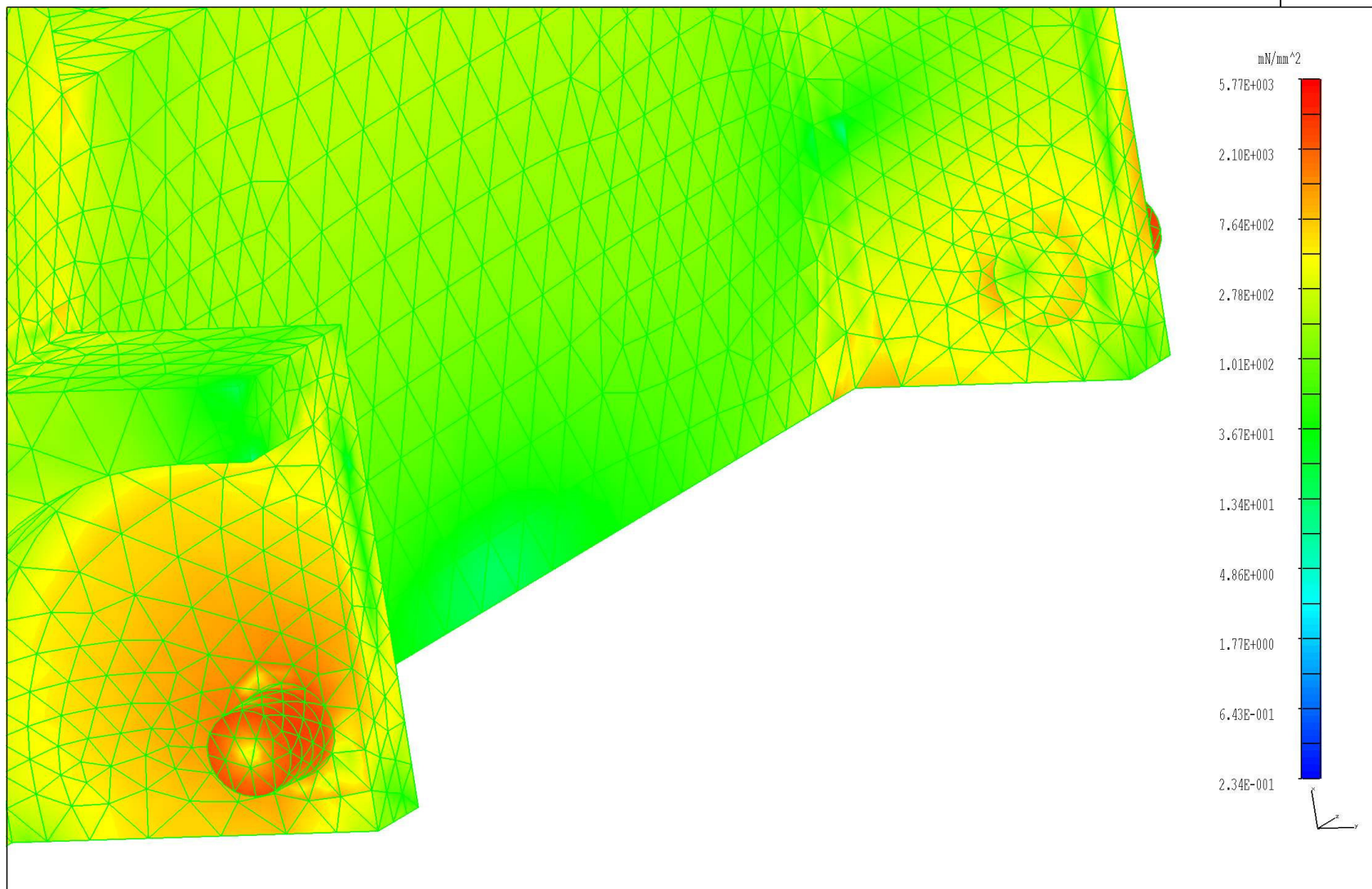
## 4.S Hűtőláda



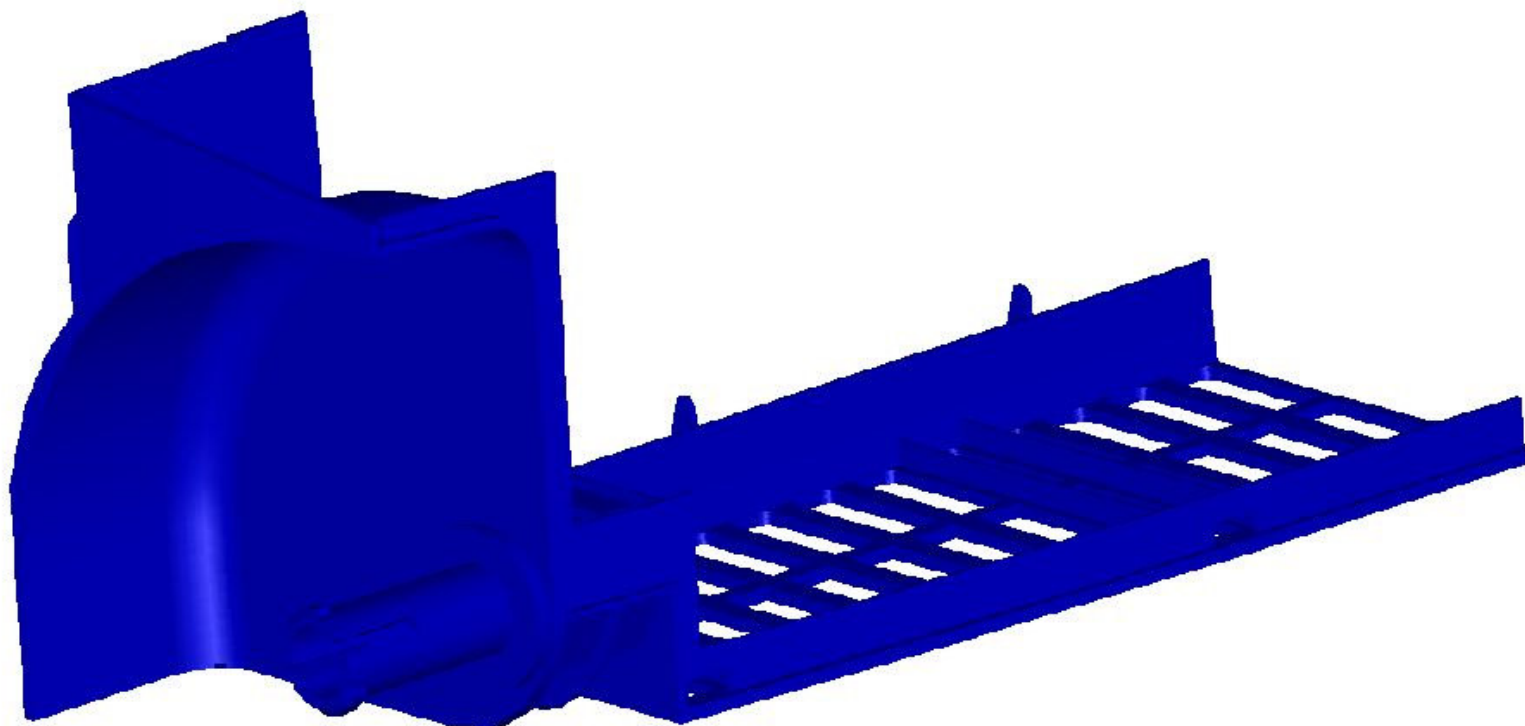
# Redukált feszültség megoszlása



# Redukált feszültség a kerék- felfüggesztésnél

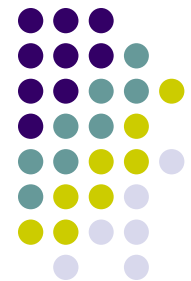
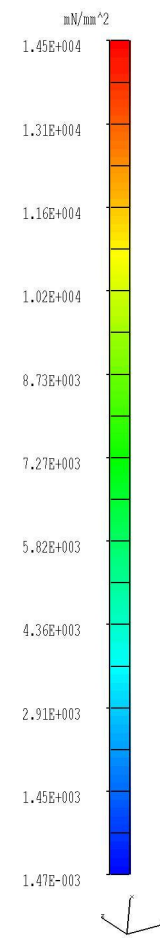
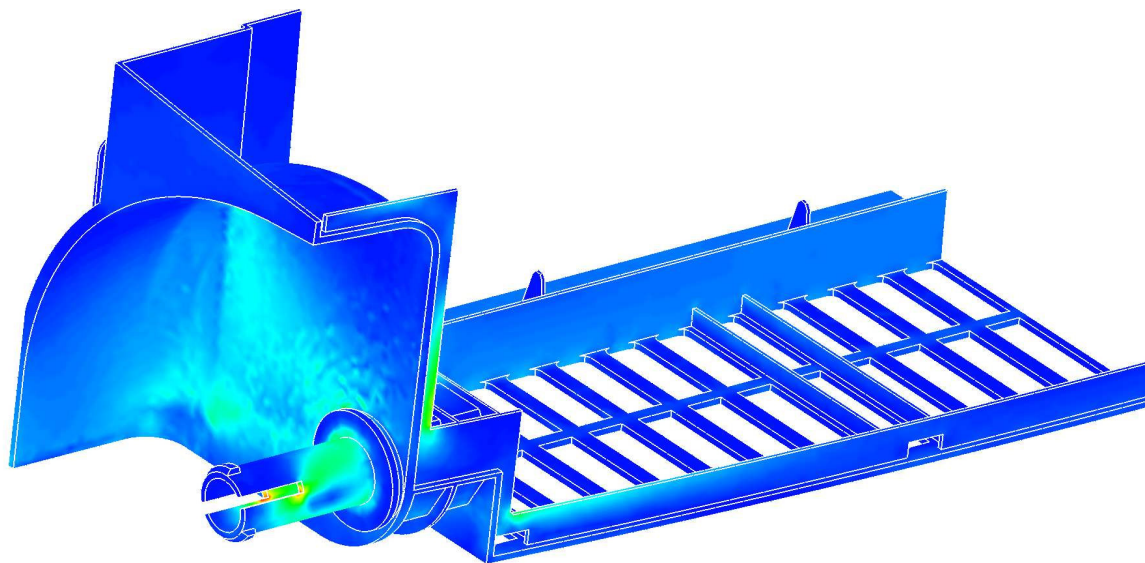


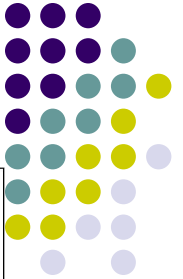
# A fenéklemez kerék-felfüggesztési része rácsos tálcával

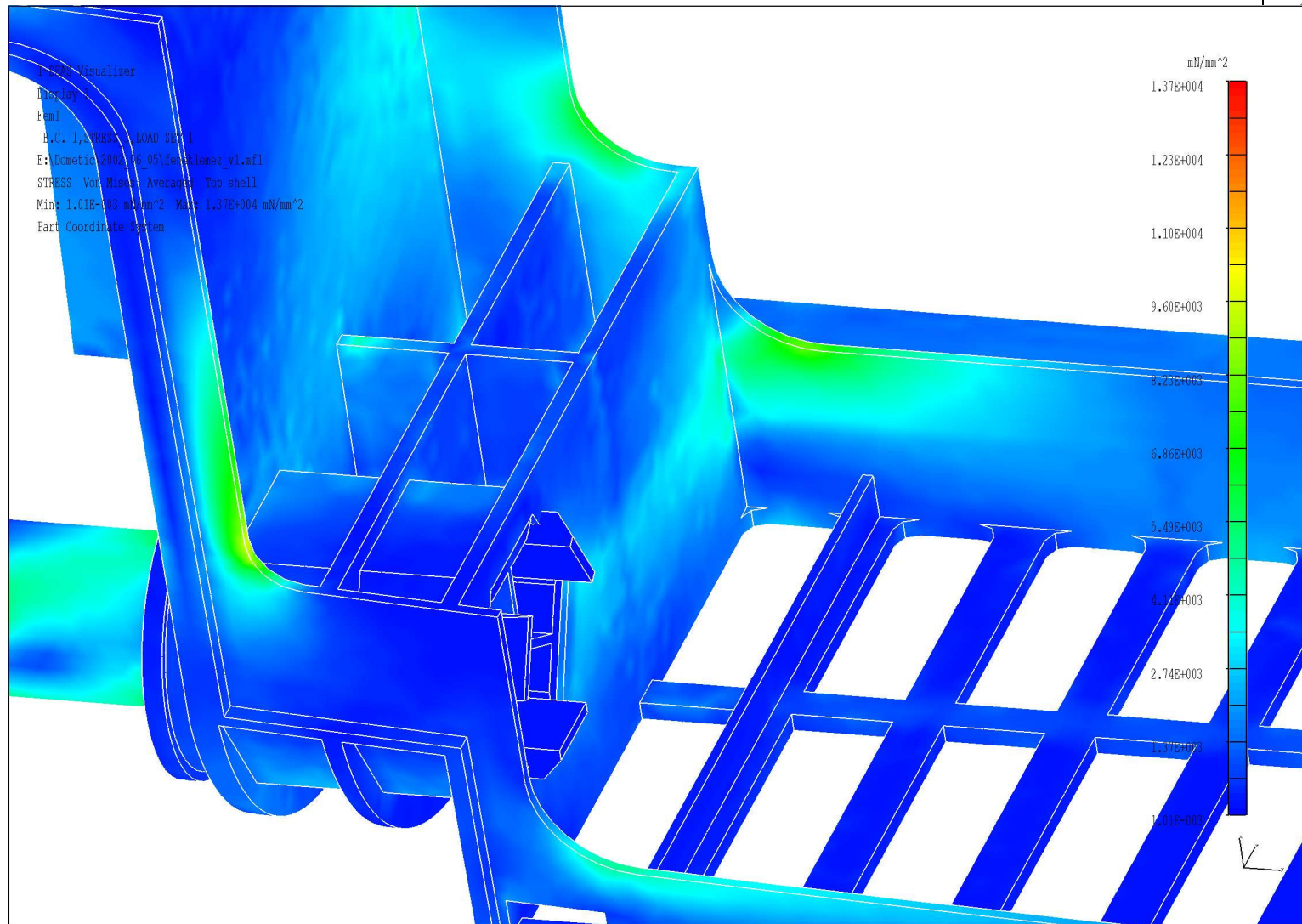
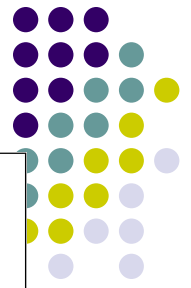


B.C. 1,STRESS\_3,LOAD SET 1  
STRESS Von Mises Averaged Top shell  
Min: 1.47E-003 mN/mm^2 Max: 1.45E+004 mN/mm^2

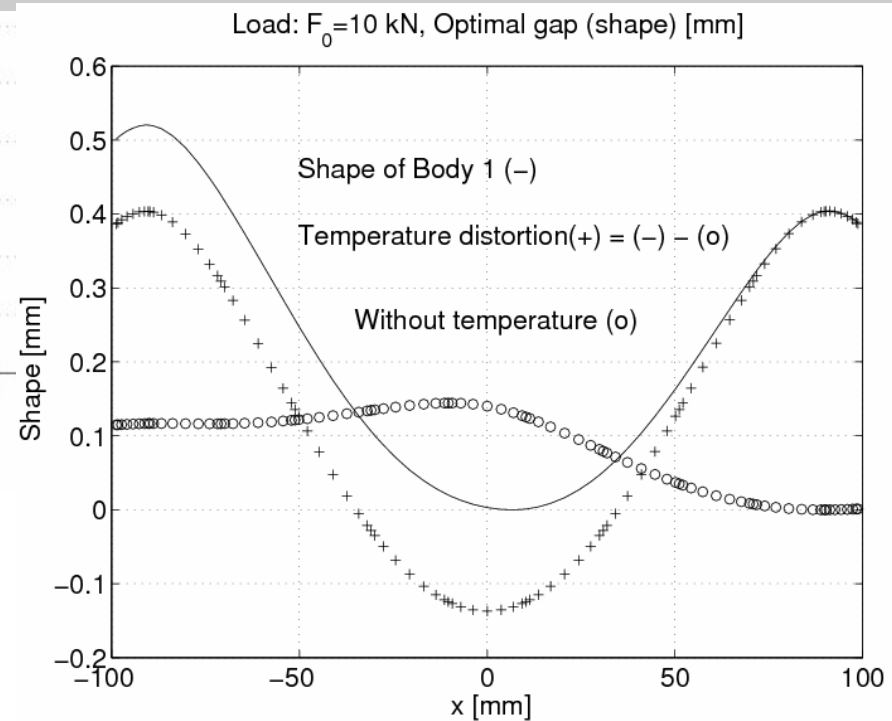
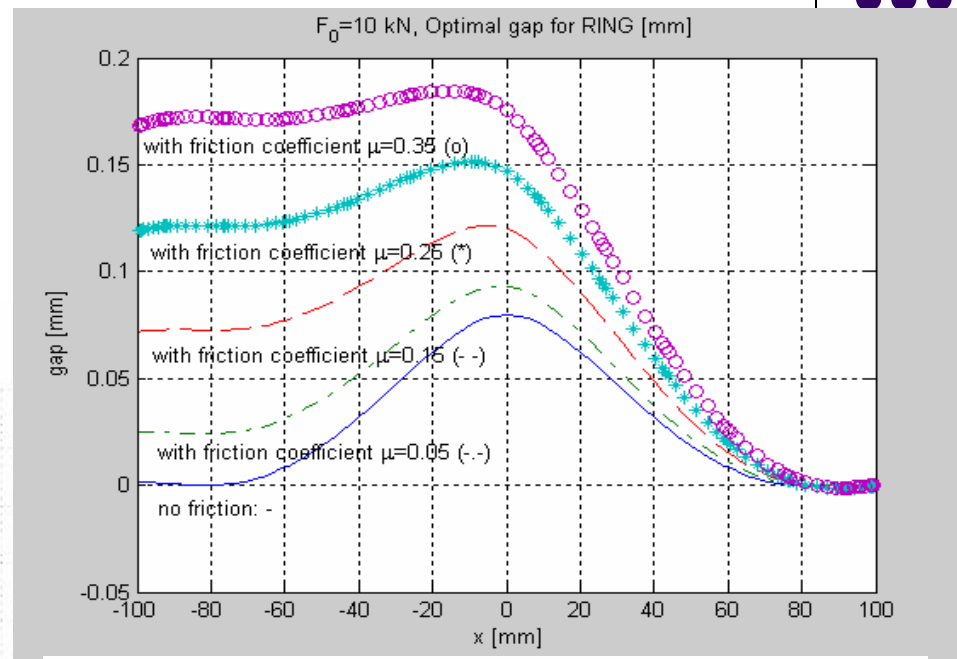
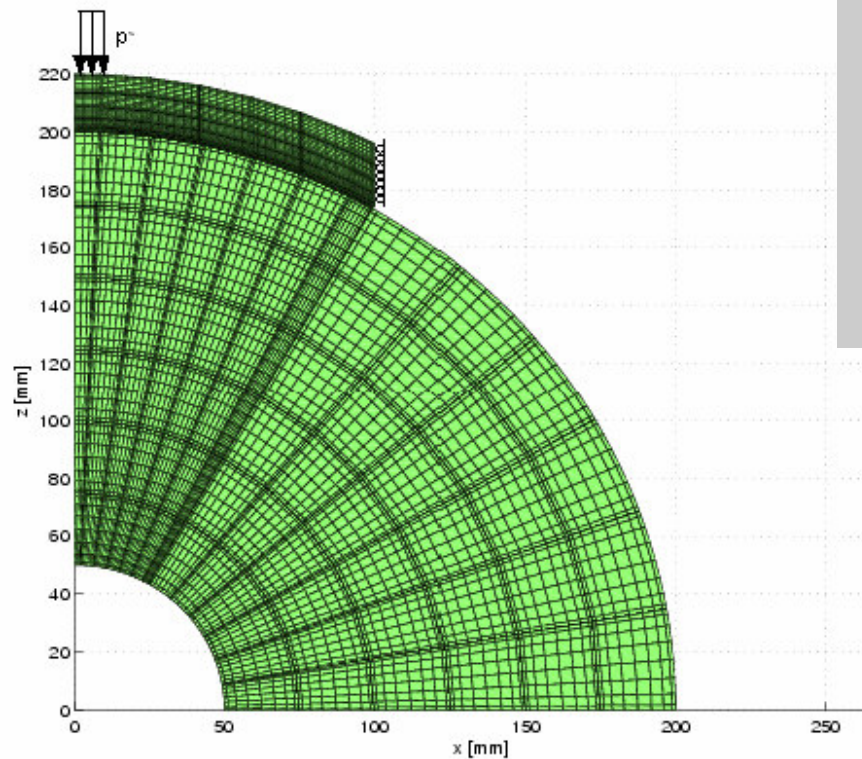
DISPLACEMENT XYZ Magnitude  
Min: 0.00E+000 mm Max: 1.67E-002 mm







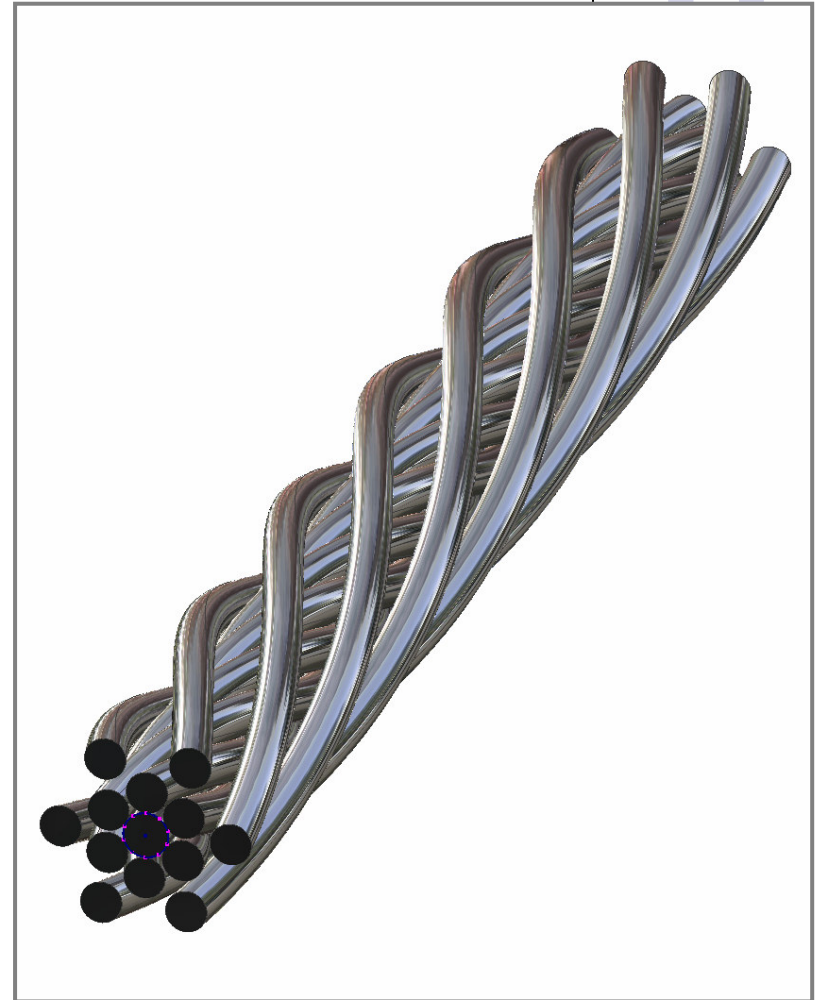
## 5.S Fék kopása



## 6. S *p*-verziós végelem modell kifejlesztése sodratok számítására (Beleznai R.)



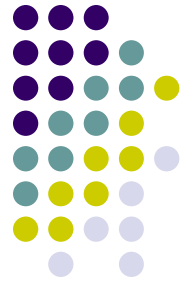
- Feltételezések:
  - Az alakváltozások és elmozdulások kicsik
  - A sodrat viselkedése a terhelés hatására statikus jellegű
  - A huzalok anyaga: homogén, izotróp, lineárisan rugalmas.



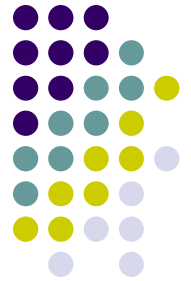


## A Mechanika szerepe erősödik

- **Pontosított modellek építhetők fel**, mert gyakorlatilag a vizsgált objektum alakjára nem rónak korlátokat, a megfogási, megtámasztási, anyagi viselkedést leíró egyenletek/egyenlőtlenségek meglehetősen bonyolultak lehetnek, a terhelés időbeli lefutására és térbeli megoszlására sem kell egyszerűsítéseket alkalmazni, az alakváltozás mértéke is a klasszikus lineáris elméletet meghaladhatja stb.
- **Összetett rendszerek** (szilárd test-folyadék / gáz alkotta rendszer, piezoelektromos elemeket tartalmazó intelligens szerkezetek) statikai, dinamikai vizsgálatára nyílik lehetőség.
- **Új gépek, szerkezetek tervezésénél, gépgyártástechnológiai folyamatok vizsgálatánál**, gépek, szerkezetek üzemeltetésénél jelentkező kinematikai, dinamikai, szilárdságtani állapotok meghatározására, **szimulálás**ára felépített "mechanikai" modellek nagy szabadságfokú végeselem/peremelem módszerre alapozott numerikus technikákkal kényelmesen kezelhetővé váltak. A **hibabecslés** és az eredmények automatikus pontosítása a programtól elvárt, megkívánt szolgáltatás.



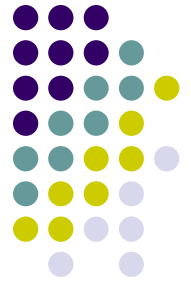
- **Komplex tervezői rendszerek** állnak rendelkezésre, amelyekhez könnyen csatlakoztathatók a mechanikai modellek analízisére alkalmas számítógépi programok.
- **Új szakma jelent meg**, amely a
  - mechanikai problémák analízisével, optimalásával,
  - speciális szoftverek fejlesztésével,
  - modellek identifikálásával,
  - számítógépes rendszerek betanításával, telepítésével,
  - a mechanikai numerikus módszerek fejlesztésével, tanításával foglalkozik.
- Az új termékek és technológiák fejlesztésével kapcsolatos **éles piaci versenyben** a *korszerű szilárdságtani, dinamikai, multidiszciplináris ismeretek stratégiai fontossággal bírnak*, ami nagyban növeli az ezen ismeretekkel bíró mérnökök értékét.



# Javasolt irodalom

1. <http://gepesz.uni-miskolc.hu/hefop> alatt
  - Jegyzetek tanszékenként,
  - ME Gépészmérnöki és Informatikai Kar,
  - Mechanikai Tanszék :
    - VEM-ME-előadás: Végeselem-módszer alapjai (előadásvázlat ppt)
    - VEM-ME-jegyzet: A végeselem-módszer alapjai (elektronikus jegyzet pdf)
  - **Az előadásokon az előadásvázlat részei kivetítésre kerülnek, aminek megértéséhez a hallgatónak célszerű nyomtatot példányról gondoskodni (azt magával hozni) a jó jegyzetelhetőség végett!**
  - **Kérünk mindenkit az anyag letöltésére és annak kinyomtatására.**

## 2. További javasolt, az egyetemi könyvesboltban kapható jegyzetek:



- 1. Páczelt I.: A végeselem-módszer alapjai, Miskolci Egyetem, Miskolc, 1993
- 2. Páczelt I.: A végeselem-módszer lineáris rúdelemei, Miskolci Egyetem, 1993
- 3. Páczelt I.: A végeselem-módszer lineáris sík, lemez, héj és térbeli elemei, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1994
- 4. Páczelt I.: A végeselem-módszer modellezési kérdései, hibaanalízis, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1994
- ill. tankönyv
- 5. Páczelt I.: Végeselem –módszer a mérnöki gyakorlatban, I. kötet, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1999.



**Vége**