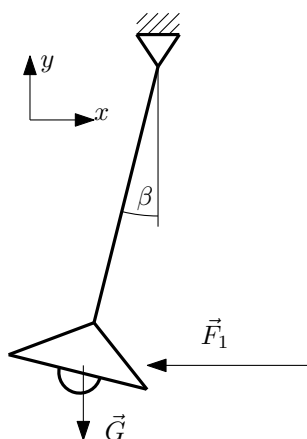


Műszaki mechanika gyakorlati példák

1. hét: Közös ponton támadó erőrendszer síkban, kötélerők számítása

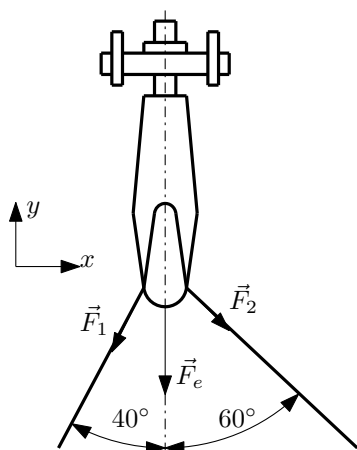
1.1 Az ábrán látható $G = 220$ N súlyerejű lámpát fújja a szél. Ennek hatására a kótél a függőlegetől $\beta = 20^\circ$ -ban tér ki. Mekkora a lámpa \vec{F}_1 légellenállása és a kótélben ébredő erő?



Végeredmények:

$$\vec{F}_1 = (-80,07\vec{e}_x) \text{ N}; \quad \vec{F}_k = (80,07\vec{e}_x + 220\vec{e}_y) \text{ N}.$$

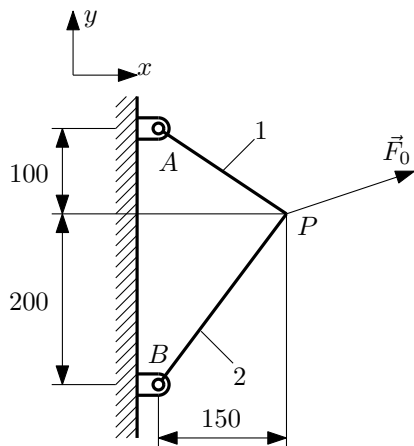
1.2 Egy daru teherhorgára F_1 és F_2 erő eredőjeként függőlegesen $F_e = 30$ kN erő hat. Mekkora erők lépnek fel a kötelekben?



Végeredmények:

$$\vec{F}_1 = (-16,96\vec{e}_x - 20,21\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_2 = (16,96\vec{e}_x - 9,79\vec{e}_y) \text{ kN}.$$

1.3 Az ábrán egy $\vec{F}_0 = (900\vec{e}_x + 300\vec{e}_y)$ N erővel megfeszített húr látható. Határozza meg a húr száraiban ébredő \vec{F}_1 és \vec{F}_2 erőket!

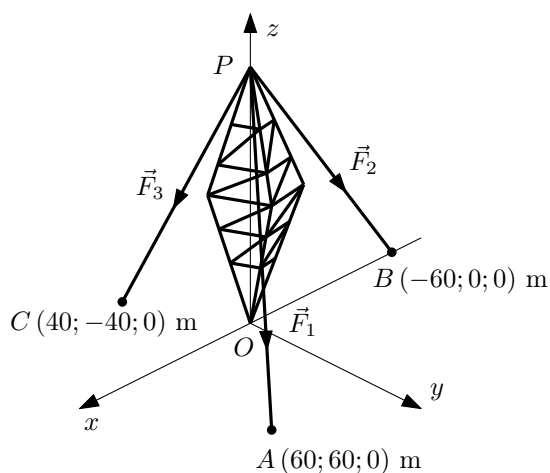


Végeredmények:

$$\vec{F}_1 = (-450\vec{e}_x + 300\vec{e}_y) \text{ N}; \quad \vec{F}_2 = (-450\vec{e}_x - 600\vec{e}_y) \text{ N}.$$

2. hét: Közös ponton támadó erőrendszer térben, támasztóerők, kötélerek számítása

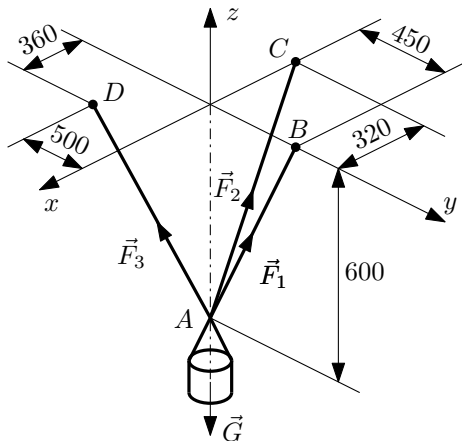
2.1 Egy 80 m magas antennatorony 3 drótkötéllal van kikötve. A PB kötélágban mérjük az erőt, amely $F_2 = 2$ kN. Határozza meg az \vec{F}_1 és \vec{F}_3 erőket, ha tudjuk, hogy \vec{F}_1 ; \vec{F}_2 ; \vec{F}_3 eredője függőleges! Mekkora az O -ban ébredő támasztóerő, ha a torony súlya $G = 25$ kN?



Végeredmények:

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= (0,6\vec{e}_x + 0,6\vec{e}_y - 0,8\vec{e}_z) \text{ kN}; & \vec{F}_2 &= (-1,2\vec{e}_x - 1,6\vec{e}_z) \text{ kN}; \\ \vec{F}_3 &= (0,6\vec{e}_x - 0,6\vec{e}_y - 1,2\vec{e}_z) \text{ kN}; & \vec{F}_O &= (28,6\vec{e}_z) \text{ kN}. \end{aligned}$$

2.2 A három drótkötéllal az ábrán látható módon felfüggesztett üst súly $G = 4 \text{ kN}$. Határozza meg az egyes kötelekben ébredő erőket!

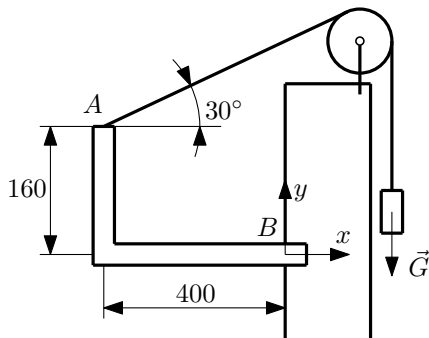


Végeredmények:

$$\vec{F}_1 = (1,03\vec{e}_y + 1,37\vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{F}_2 = (-0,74\vec{e}_x + 1,39\vec{e}_z) \text{ kN};$$

$$\vec{F}_3 = (0,74\vec{e}_x - 1,03\vec{e}_y + 1,24\vec{e}_z) \text{ kN}.$$

2.3 A csigán átvett kötélt $G = 800 \text{ N}$ terhet tart. Mekkora a konzol A pontjában a konzolt terhelő erő nyomatéka a B pontra?

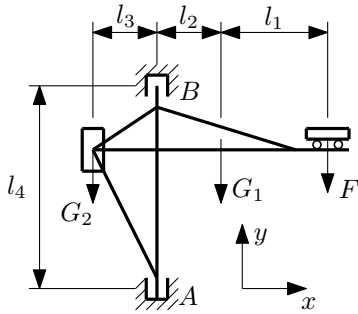


Végeredmény:

$$\vec{M}_B = (-270,85\vec{e}_z) \text{ Nm}.$$

2.4 Adott az ábrán látható daruszerkezet a ráható terhelésekkel és megtámasztásokkal együtt. Adatok: $l_1 = 3,6$ m; $l_2 = 0,9$ m; $l_3 = 1,2$ m; $l_4 = 5,4$ m; $G_1 = 9$ kN; $G_2 = 16$ kN; $F = 10$ kN. Határozza meg a támaszokban ébredő

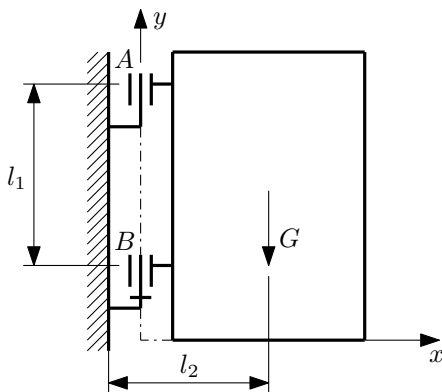
- \vec{F}_A és \vec{F}_B reakcióerőket, ha minden terhelés hat a szerkezetre;
- \vec{F}_A^* és \vec{F}_B^* reakcióerőket, ha csak a G_1 és G_2 erő hat ($F = 0$);
- \vec{F}_A^{**} és \vec{F}_B^{**} reakcióerőket, ha csak a G_1 és F erő hat ($G_2 = 0$)!



Végeredmények:

- $\vec{F}_A = (6,278\vec{e}_x + 35\vec{e}_y)$ kN; $\vec{F}_B = (-6,278\vec{e}_x)$ kN.
- $\vec{F}_A^* = (-2,06\vec{e}_x + 25\vec{e}_y)$ kN; $\vec{F}_B^* = (2,06\vec{e}_x)$ kN.
- $\vec{F}_A^{**} = (9,83\vec{e}_x + 19\vec{e}_y)$ kN; $\vec{F}_B^{**} = (-9,83\vec{e}_x)$ kN.

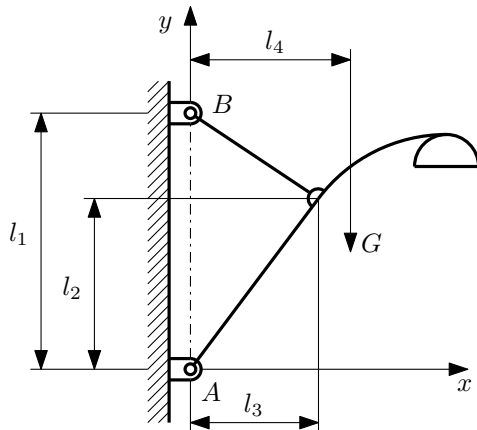
2.5 Az ábrán látható ajtóra saját G súlyereje hat. Adatok: $G = 800$ N; $l_1 = 1$ m; $l_2 = 0,6$ m. Határozza meg a támasztóerőket!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (-480\vec{e}_x)$$
 N; $\vec{F}_B = (480\vec{e}_x + 800\vec{e}_y)$ N.

2.6 Adott az ábrán látható lámpa, és annak felfüggesztése, terhelése. Adatok: $l_1 = 3$ m; $l_2 = 2,7$ m; $l_3 = 1$ m; $l_4 = 1,2$ m; $G = 600$ N. Határozza meg a támasztóerő-rendszert!

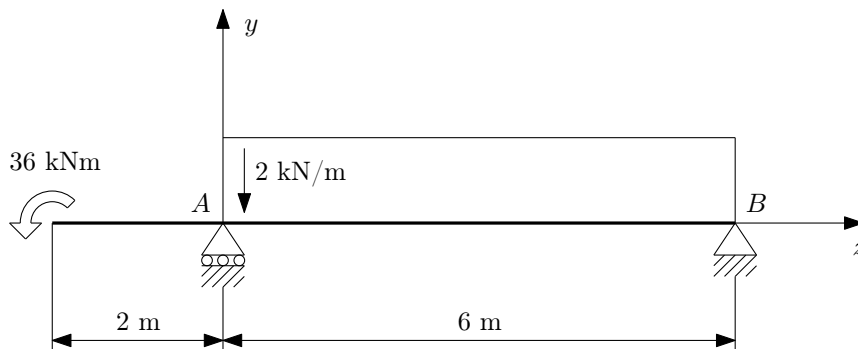


Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (240\vec{e}_x + 528\vec{e}_y) \text{ N}; \quad \vec{F}_B = (-240\vec{e}_x + 72\vec{e}_y) \text{ N}.$$

3. hét: Egyszerű szerkezetek statikája, támasztóerő-rendszer meghatározása

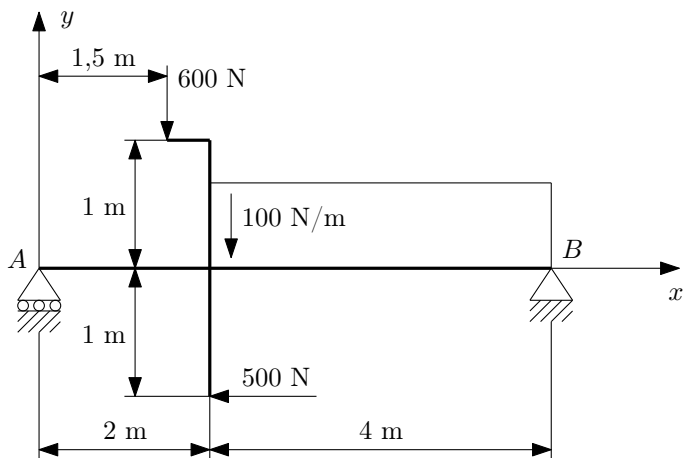
3.1 (Mechanikai Példatár I. 5.6) Határozza meg az ábrán vázolt, tartós nyugalomban lévő tartó \vec{F}_A és \vec{F}_B támasztóerőit számítással!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (12\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = \vec{0}.$$

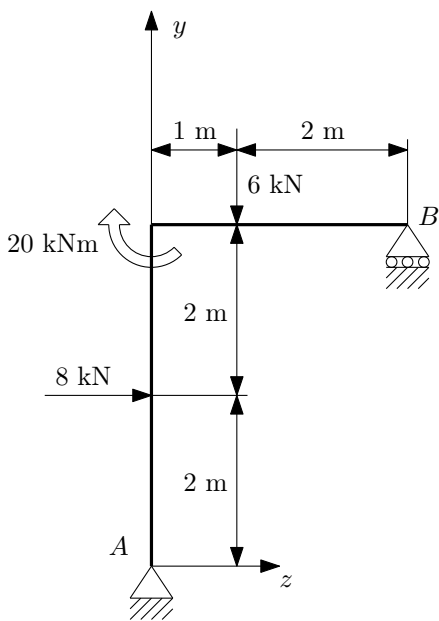
3.2 (MP. I. 5.13) Határozza meg az ábrán vázolt, tartós nyugalomban lévő tartó \vec{F}_A és \vec{F}_B támasztóerőit számítással!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (500\vec{e}_y) \text{ N}; \quad \vec{F}_B = (500\vec{e}_x + 500\vec{e}_y) \text{ N}.$$

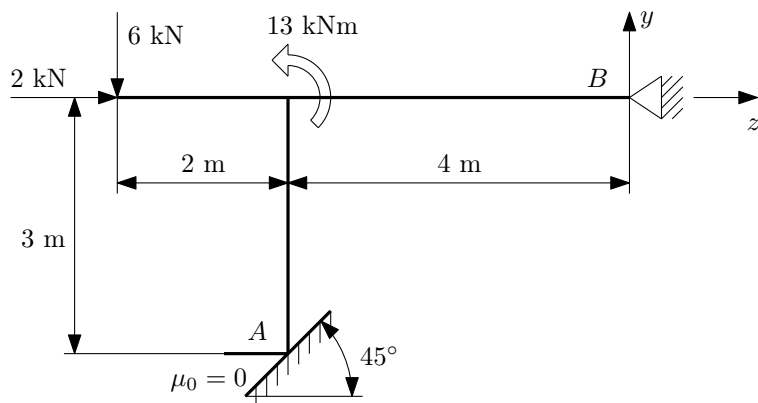
3.3 (MP. I. 5.14) Határozza meg az ábrán vázolt, tartós nyugalomban lévő tartó \vec{F}_A és \vec{F}_B támasztóerőit számítással!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (-8\vec{e}_y - 8\vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = (14\vec{e}_y) \text{ kN}.$$

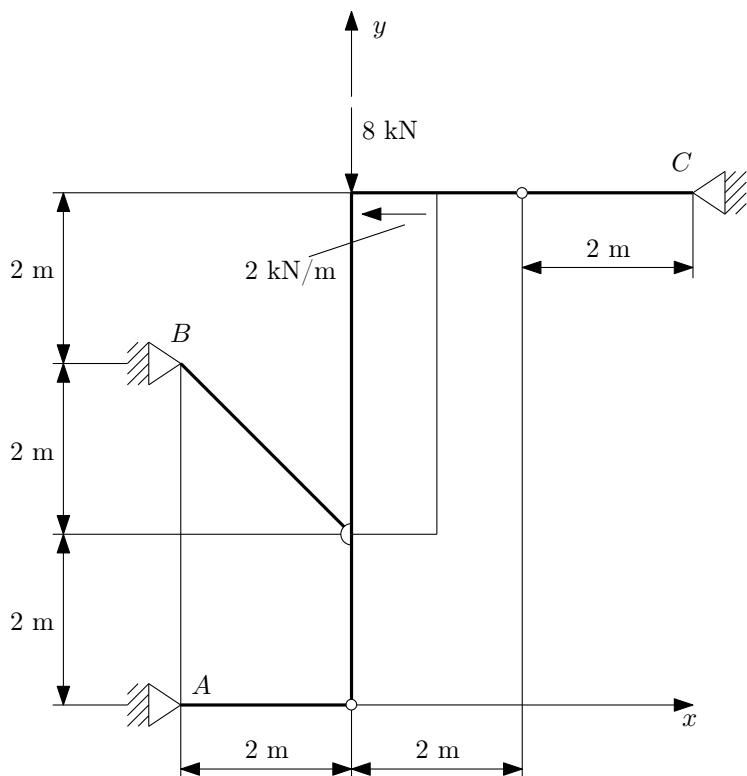
3.4 (MP. I. 5.21) Határozza meg az ábrán vázolt, tartós nyugalomban lévő tartó \vec{F}_A és \vec{F}_B támasztóerőit számítással!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (7\vec{e}_y - 7\vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = (-\vec{e}_y + 5\vec{e}_z) \text{ kN}.$$

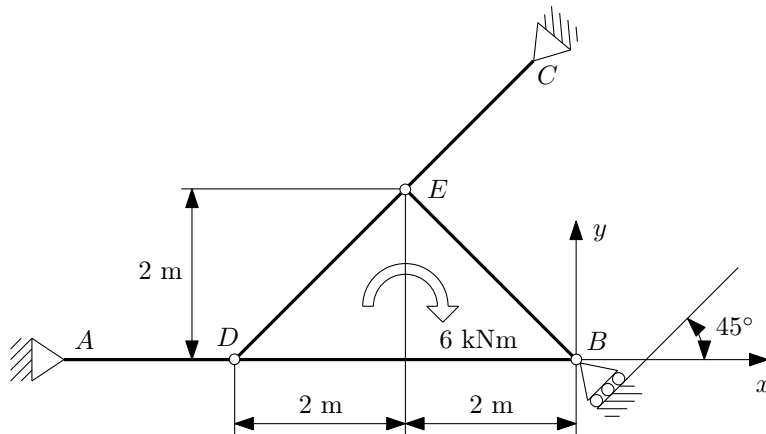
3.5 (MP. I. 5.34) Határozza meg számítással az ábrán vázolt, tartós nyugalomban lévő szerkezet támasztóerő-rendszerét!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (8\vec{e}_x) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = (-8\vec{e}_x + 8\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_C = (8\vec{e}_x) \text{ kN}.$$

3.6 (MP. I. 5.38) Határozza meg számítással az ábrán vázolt, tartós nyugalomban lévő szerkezet támasztóerő-rendszerét!



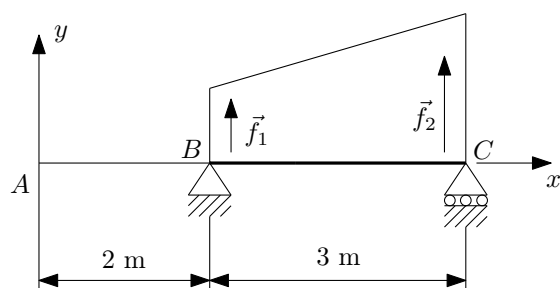
Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (3\vec{e}_x) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = (-1,5\vec{e}_x + 1,5\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_C = (-1,5\vec{e}_x - 1,5\vec{e}_y) \text{ kN}.$$

4. hét: Statikai nyomaték, súlypont meghatározása

4.1 (MP. I. 1.118 módosítva) Adott az ábrán látható BC rúdra ható, x tengely mentén lineárisan megoszló erőrendszer. $\vec{f}_1 = (2\vec{e}_y) \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $\vec{f}_2 = (4\vec{e}_y) \frac{\text{kN}}{\text{m}}$.

- Határozza meg az erőrendszer A pontba redukált $(\vec{F}; \vec{M}_A)_A$ vektorkettősét!
- Határozza meg az \vec{F}_B és \vec{F}_C támasztóerőket!

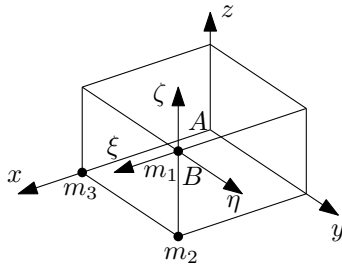


Végeredmények:

- $\vec{F} = (9\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{M}_A = (33\vec{e}_z) \text{ kNm}.$
- $\vec{F}_B = (-4\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_C = (-5\vec{e}_y) \text{ kN}.$

4.2 (MP. I. 1.144) Adott az anyagi pontokból álló skalárrendszer. $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 3$ kg, $\vec{r}_B = (4\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 3\vec{e}_z)$ m. Számítsa ki a tömegpontrendszer

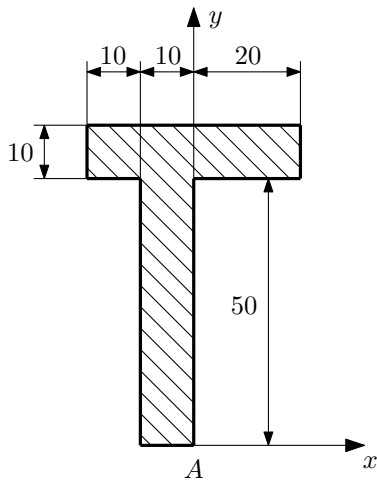
- A , illetve B pontra vonatkozó \vec{S}_A illetve \vec{S}_B statikai nyomatékát;
- $\xi\eta$, $\eta\zeta$ és $\xi\zeta$ koordinátasíkokra vonatkozó statikai nyomatékát;
- T tömegközéppontjának \vec{r}_T helyvektorát!



Végeredmények:

- $\vec{S}_A = (40\vec{e}_x + 28\vec{e}_y + 15\vec{e}_z)$ kgm; $\vec{S}_B = (-12\vec{e}_y - 15\vec{e}_z)$ kgm;
- $S_{\xi\eta} = -15$ kgm; $S_{\eta\zeta} = 0$; $S_{\xi\zeta} = -12$ kgm;
- $\vec{r}_T = (4\vec{e}_x + 2,8\vec{e}_y + 1,5\vec{e}_z)$ m.

4.3 (MP. I. 1.149 d) Számítsa ki az ábrán vázolt keresztmetszet x , illetve y tengelyre vonatkozó S_x , illetve S_y , valamint az A pontra vonatkozó \vec{S}_A statikai nyomatékát és súlypontjának \vec{r}_S helyvektorát!



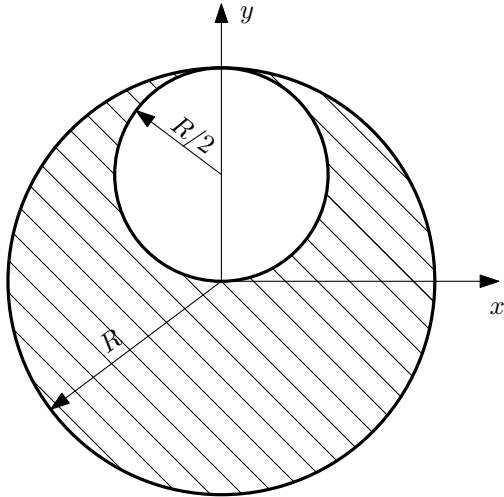
Végeredmények:

$$S_x = 34500 \text{ mm}^3; \quad S_y = -2500 \text{ mm}^3;$$

$$\vec{S}_A = (-2500\vec{e}_x + 34500\vec{e}_y) \text{ mm}^3; \quad \vec{r}_S = (-2,78\vec{e}_x + 38,33\vec{e}_y) \text{ mm}.$$

4.4 (MP. I. 1.151) Határozza meg az ábrán vázolt, bevonalkázott síkidom

- x és y tengelyekre vonatkozó statikai nyomatékát;
- súlypontjának x_S és y_S koordinátáját!

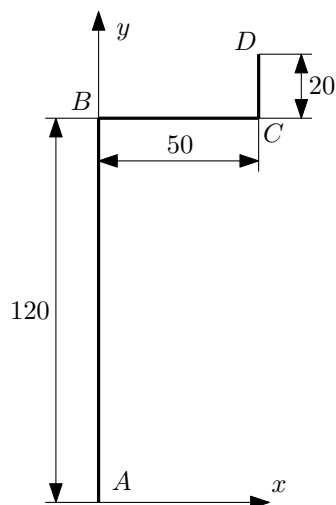


Végeredmények:

- $S_x = -\frac{R^3}{8}\pi$; $S_y = 0$;
- $x_S = 0$; $y_S = -\frac{R}{6}$.

4.5 (MP. I. 1.152) Számítsa ki az $ABCD$ törtvonal

- A pontra vonatkozó \vec{S}_A statikai nyomatékát;
- súlypontjának x_S és y_S koordinátáját!

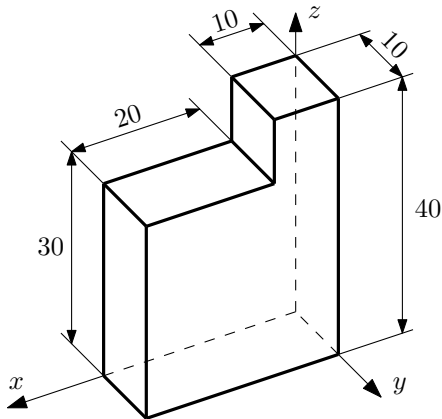


Végeredmények:

a) $\vec{S}_A = (2250\vec{e}_x + 15800\vec{e}_y) \text{ mm}^2$;

b) $x_S = 11,84 \text{ mm}$; $y_S = 83,16 \text{ mm}$.

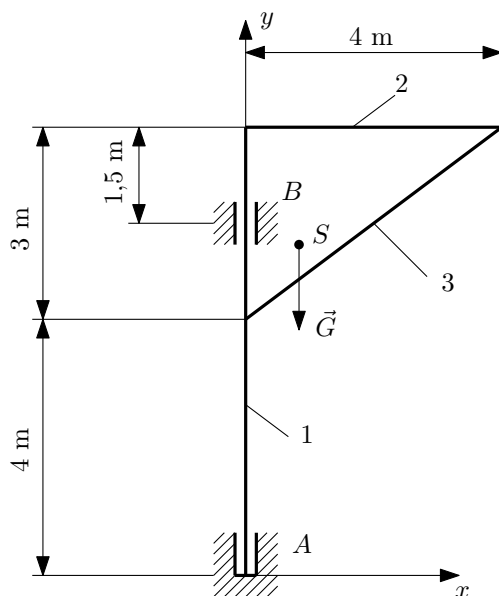
4.6 (MP. I. 1.146) Határozza meg az ábrán vázolt homogén test súlypontjának \vec{r}_S helyvektorát!



Végeredmény:

$\vec{r}_S = (14\vec{e}_x + 5\vec{e}_y + 17\vec{e}_z) \text{ mm}$.

4.7 Határozza meg az ábrán vázolt faliforgódaru origóra számított \vec{S}_A statikai nyomatékát, súlypontjának \vec{r}_S helyvektorát, majd számítsa ki az A és B támaszokban ébredő reakcióerőket, ha a daru minden eleme $q = 262 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ folyómétersúlyú anyagból készült!



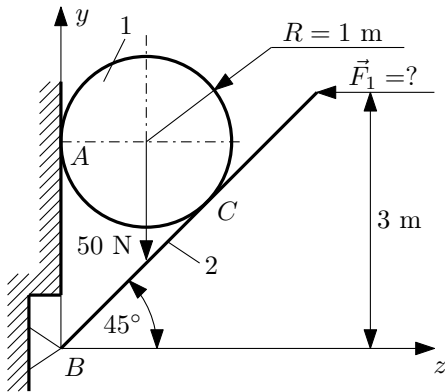
Végeredmények:

$$\vec{S}_A = (18\vec{e}_x + 80\vec{e}_y) \text{ m}^2; \quad \vec{r}_S = (1,125\vec{e}_x + 5\vec{e}_y) \text{ m};$$

$$\vec{F}_A = (857,45\vec{e}_x + 4192\vec{e}_y) \text{ N}; \quad \vec{F}_B = (-857,45\vec{e}_x) \text{ N}.$$

5 hét: Összetett szerkezetek statikája

5.1 (MP. I. 5.64) A súlyos korongból és súlytalan rúdból álló szerkezet a vázolt helyzetben tartós nyugalomban van. Határozza meg a ?-lel jelölt erőt, a támasztóerőket és a belső erőket!

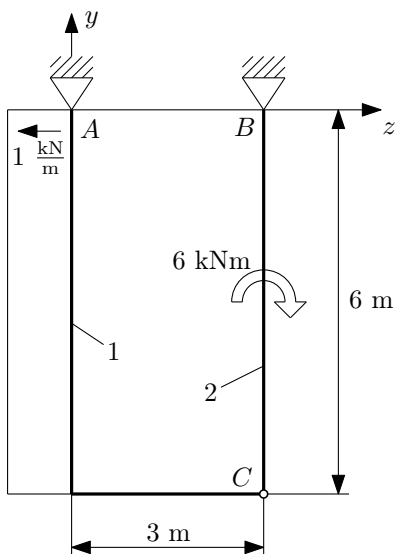


Végeredmények:

$$\vec{F}_1 = (-56,904\vec{e}_z) \text{ N}; \quad \vec{F}_A = (50\vec{e}_z) \text{ N}; \quad \vec{F}_B = (50\vec{e}_y + 6,904\vec{e}_z) \text{ N};$$

$$\vec{F}_{12} = (-50\vec{e}_y + 50\vec{e}_z) \text{ N}.$$

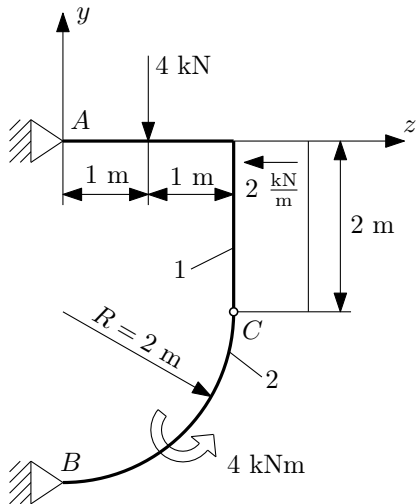
5.2 (MP. I. 5.74) Határozza meg számítással az ábrán vázolt rúdszerkezet támasztó- és belső erőit! A rudak súlya elhanyagolható!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (-8\vec{e}_y + 7\vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = (8\vec{e}_y - \vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{F}_{12} = (-8\vec{e}_y + \vec{e}_z) \text{ kN};$$

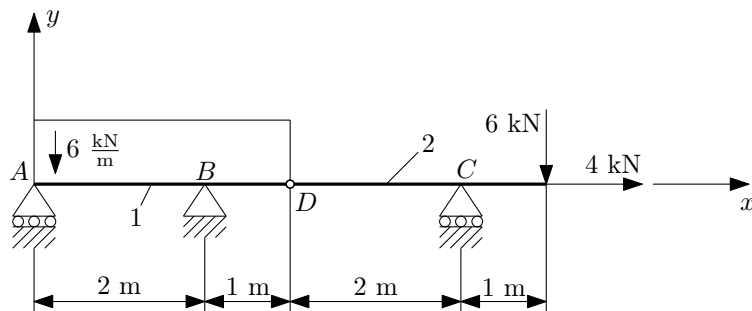
5.3 (MP. I. 5.75) Határozza meg számítással az ábrán vázolt rúdszerkezet támasztó- és belső erőit! A rudak súlya elhanyagolható!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (\vec{e}_y + 3\vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = (3\vec{e}_y + \vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{F}_{12} = (-3\vec{e}_y - \vec{e}_z) \text{ kN};$$

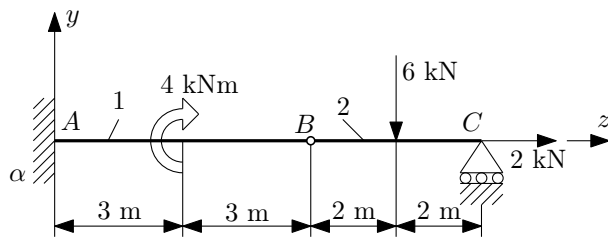
5.4 (MP. I. 5.90) Határozza meg az ábrán vázolt Gerber-tartó támasztóerő-rendszerét és belső erőit!



Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (6\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_B = (-4\vec{e}_x + 9\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_C = (9\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_{12} = (-4\vec{e}_x - 3\vec{e}_y) \text{ kN}.$$

5.5 (MP. I. 5.91) Határozza meg az ábrán vázolt Gerber-tartó támasztóerő-rendszerét és belső erőit!

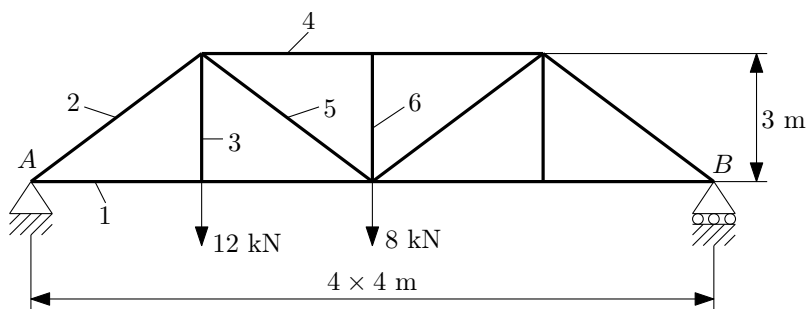


Végeredmények:

$$\vec{F}_A = (3\vec{e}_y - 2\vec{e}_z) \text{ kN}; \quad \vec{M}_A = (-22\vec{e}_x) \text{ kNm}; \quad \vec{F}_C = (3\vec{e}_y) \text{ kN}; \quad \vec{F}_{12} = (3\vec{e}_y - 2\vec{e}_z) \text{ kN}.$$

6. hét: Rácsos tartók rúderőinek meghatározása, igénybevételek

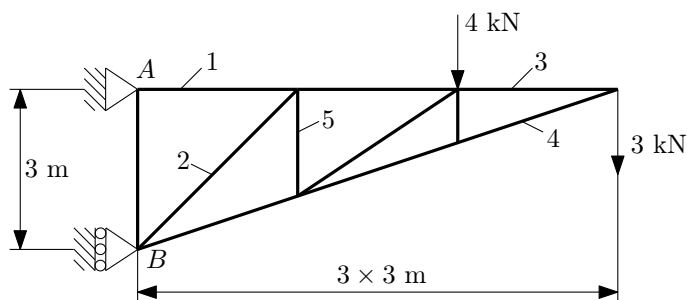
6.1 (MP. I. 5.101) Határozza meg az ábrán vázolt rácsos szerkezet kijelölt rúdjaiban ébredő rúderőket!



Végeredmények:

$$N_1 = 17,333 \text{ kN}; \quad N_2 = -21,667 \text{ kN}; \quad N_3 = 12 \text{ kN}; \quad N_4 = -18,667 \text{ kN}; \\ N_5 = 1,667 \text{ kN}; \quad N_6 = 0.$$

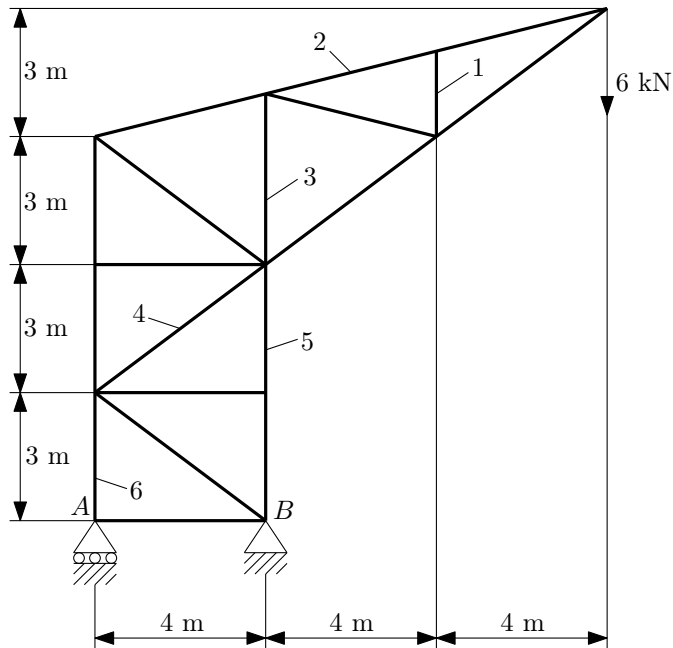
6.2 (MP. I. 5.106) Határozza meg az ábrán vázolt rácsos szerkezet kijelölt rúdjaiban ébredő rúderőket!



Végeredmények:

$$N_1 = 17 \text{ kN}; \quad N_2 = -2,828 \text{ kN}; \quad N_3 = 9 \text{ kN}; \quad N_4 = -9,487 \text{ kN}; \quad N_5 = 2 \text{ kN}.$$

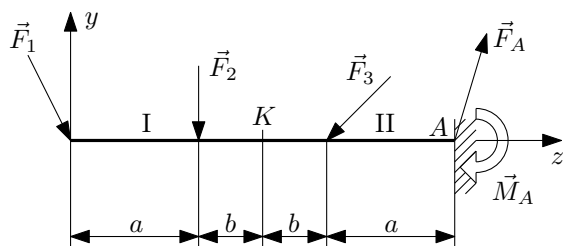
6.3 (MP. I. 5.108) Határozza meg az ábrán vázolt rácsos szerkezet kijelölt rúdjaiban ébredő rúderőket!



Végeredmények:

$$N_1 = 0; \quad N_2 = 12,369 \text{ kN}; \quad N_3 = 0; \quad N_4 = 0; \quad N_5 = -18 \text{ kN}; \quad N_6 = 12 \text{ kN}.$$

6.4 (MP. II. 1.1) Ismeretes a befogott rúd terhelése és támasztóerő-rendszere. $\vec{F}_1 = (-2\vec{e}_y + \vec{e}_z)$ kN; $\vec{F}_2 = (-4\vec{e}_y)$ kN; $\vec{F}_3 = (-4\vec{e}_y - 4\vec{e}_z)$ kN; $\vec{F}_A = (10\vec{e}_y + 3\vec{e}_z)$ kN; $\vec{M}_A = (9\vec{e}_x)$ kNm; $a = 0,5$ m; $b = 0,25$ m. Határozza meg



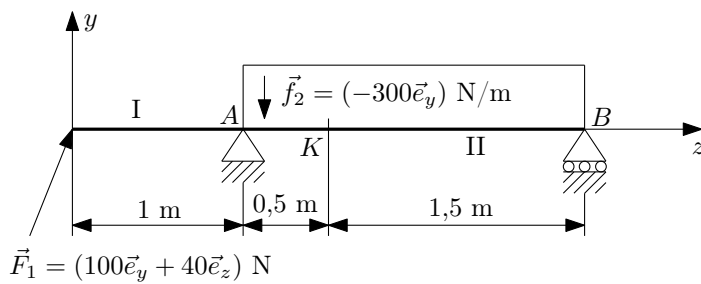
- az I jelű rúdrész egyensúlya alapján a K keresztmetszet mentén e részre ható feszültségeknek a K keresztmetszet S súlypontjába redukált vektorkettősét, vagyis az \vec{F}_S^I feszültségi eredő erőt és az \vec{M}_S^I feszültségi eredő erópárt;
- a II jelű rúdrész egyensúlya alapján a K keresztmetszetben e részre ható \vec{F}_S^{II} feszültségi eredő erőt és \vec{M}_S^{II} feszültségi eredő erópárt;

- c) a K keresztmetszet igénybevétele, vagyis az N_K rúderőt, a T_K nyíróerőt és M_{hK} hajlítónyomatékot!

Végeredmények:

- a) $\vec{F}_S^I = (6\vec{e}_y - \vec{e}_z)$ kN; $\vec{M}_S^I = (2,5\vec{e}_x)$ kNm.
 b) $\vec{F}_S^{II} = (-6\vec{e}_y + \vec{e}_z)$ kN; $\vec{M}_S^{II} = (-2,5\vec{e}_x)$ kNm.
 c) $N_K = -1$ kN; $T_K = -6$ kN; $M_{hK} = 2,5$ kNm.

6.5 (MP. II. 1.3) Ismeretes a kéttámaszú tartó terhelése. Határozza meg a K keresztmetszetben



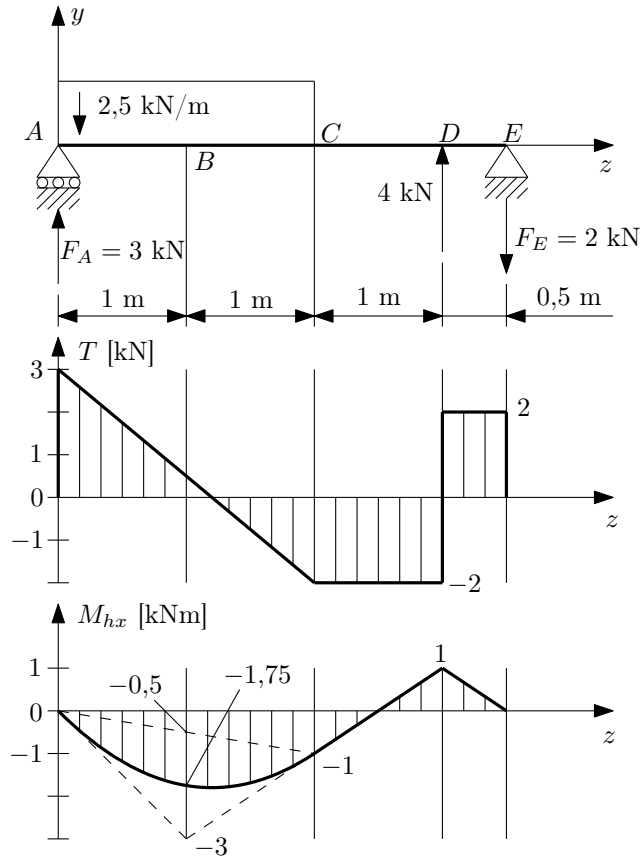
- a) az I jelű rúdrészre ható feszültségeknek a keresztmetszet S súlypontjába redukált $(\vec{F}_S^I; \vec{M}_S^I)$ vektorkettősét, illetve
 b) a II jelű rúdrészre ható feszültségeknek a keresztmetszet súlypontjába redukált $(\vec{F}_S^{II}; \vec{M}_S^{II})$ vektorkettősét, majd
 c) az N_K rúderőt, a T_K nyíróerőt és az M_{hK} hajlítónyomatékot!

Végeredmények:

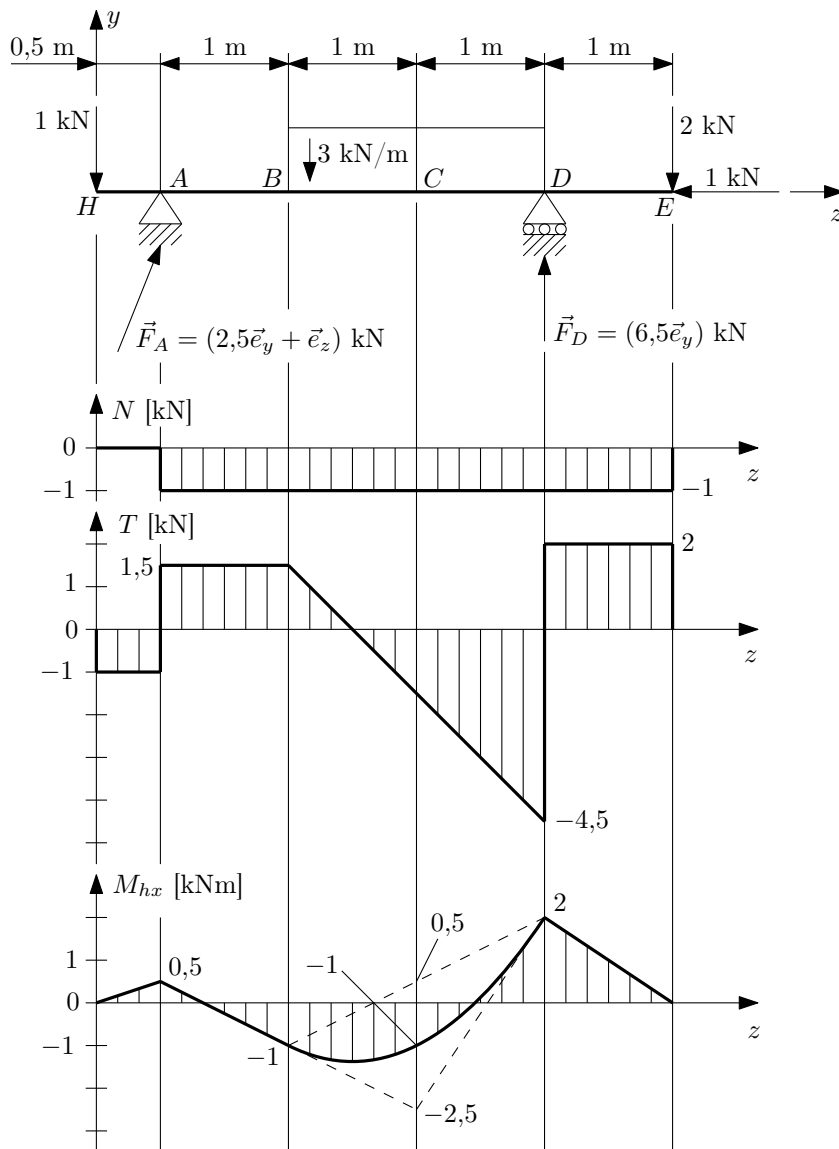
- a) $\vec{F}_S^I = (-100\vec{e}_y)$ N; $\vec{M}_S^I = (-187,5\vec{e}_x)$ Nm.
 b) $\vec{F}_S^{II} = (100\vec{e}_y)$ N; $\vec{M}_S^{II} = (187,5\vec{e}_x)$ Nm.
 c) $N_K = 0$; $T_K = 100$ N; $M_{hK} = -187,5$ Nm.

7) Igénybevételi ábrák szerkesztése

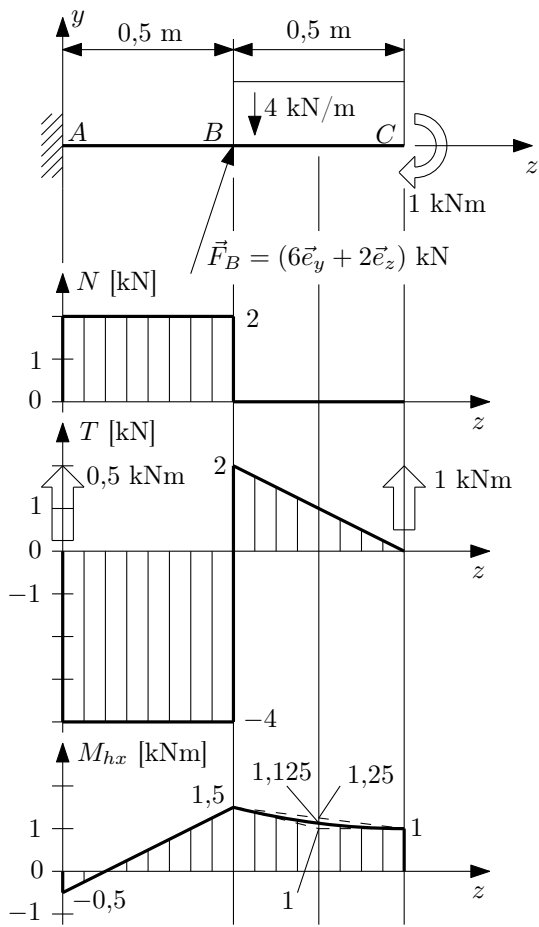
7.1 (MP. II. 1.34) Adott a kéttámaszú tartó terhelése és támasztóerő-rendszere. Rajzolja meg az egész tartóra az igénybevételi ábrákat!



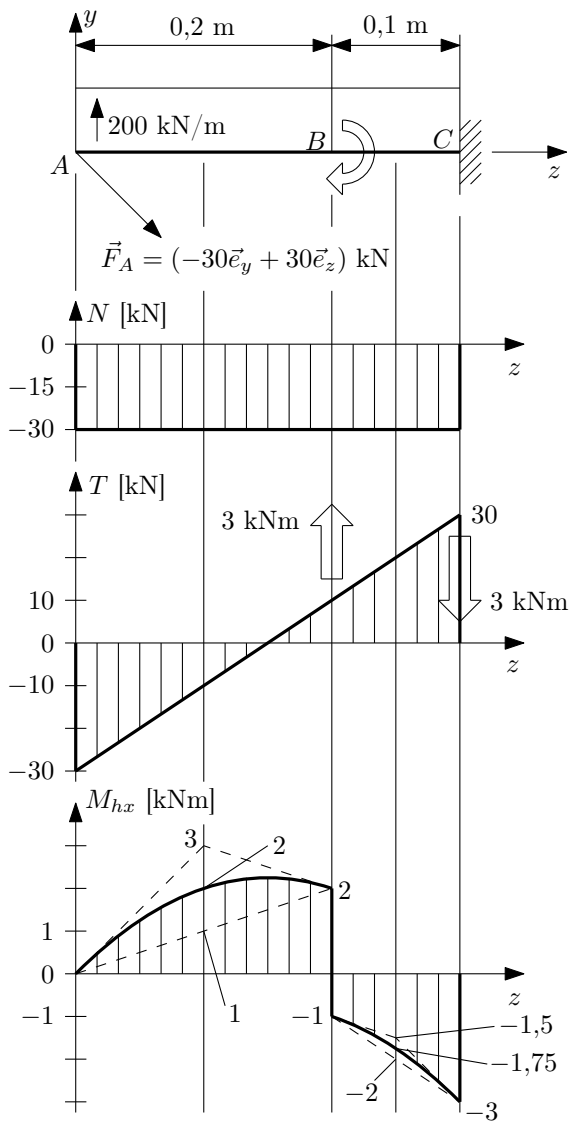
7.2 (MP. II. 1.35) Adott a kéttámaszú tartó terhelése és támasztóerő-rendszere. Rajzolja meg az egész tartóra az igénybevételi ábrákat!



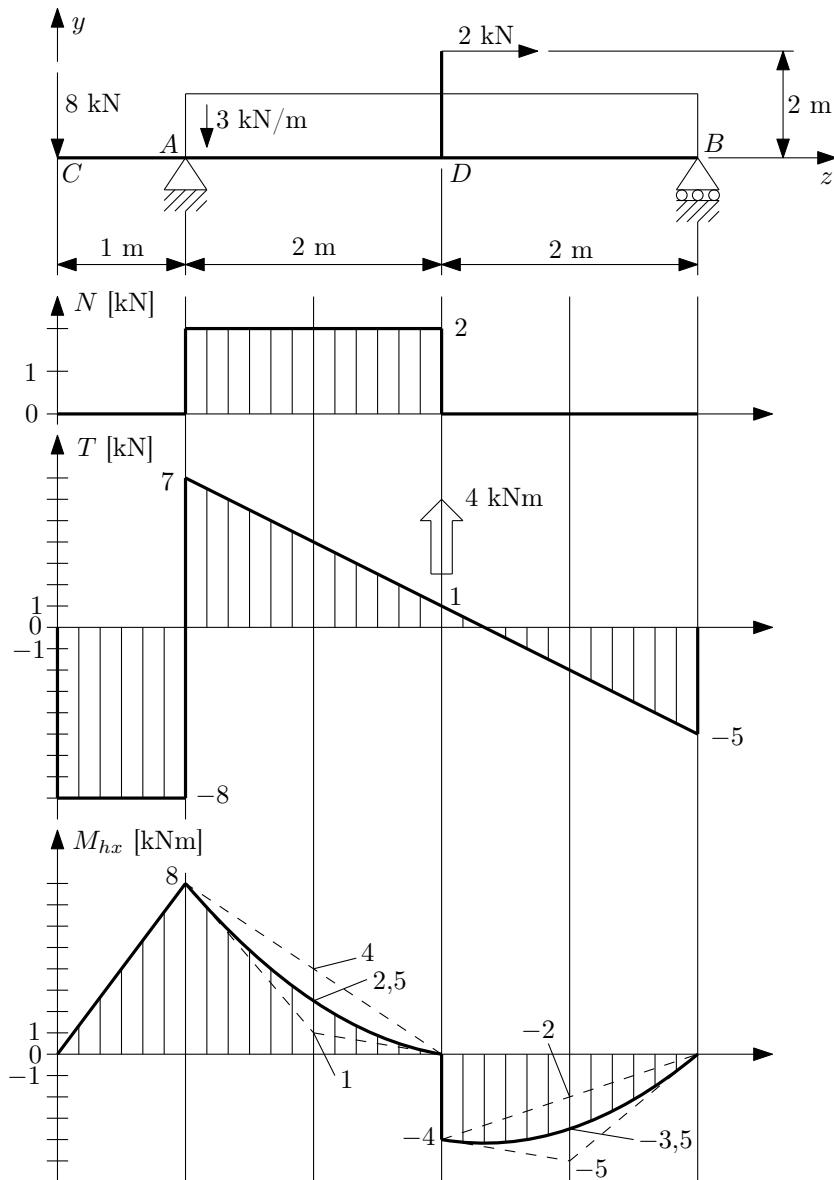
7.3 (MP. II. 1.30) Rajzolja meg az adott terhelésű befogott rúd $N(z)$ rúderő-, $T(z)$ nyírőerő- és $M_h(z)$ hajlítónyomatéki ábráját, a számszerű értékeknek, illetve a görbe szakaszok végértékeinek a megadásával!



7.4 (MP. II. 1.31) Rajzolja meg az adott terhelésű befogott rúd $N(z)$ rúderő-, $T(z)$ nyírőerő- és $M_h(z)$ hajlítónyomatéki ábráját, a számszerű értékeknek, illetve a görbe szakaszok végértékeinek a megadásával!

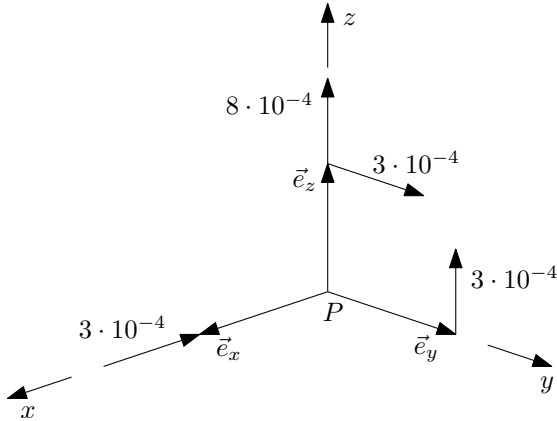


7.5 Adott az ábrán látható tartó és terhelése. Határozza meg a támasztóerőket, majd szerkessze meg a tartó igénybevételi ábráit!



8. hét: Szilárdságtani bevezetés, alakváltozási állapot, feszültség állapot

8.1 (MP. II. 3.12 a, d) Egy rugalmas test P pontjában az alakváltozási állapotot az ábra szemlélteti.



- a) Írja fel az $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási tenzor mátrixát!
- b) Számítsa ki az $\vec{e}_n = 0,8\vec{e}_y + 0,6\vec{e}_z$ és $\vec{e}_m = 0,6\vec{e}_y - 0,8\vec{e}_z$ egységvektorhoz tartozó ε_n fajlagos nyúlást és γ_{mn} fajlagos szögtorzulást!

Végeredmények:

a)
$$\left[\underline{\underline{A}}_P \right] = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 8 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

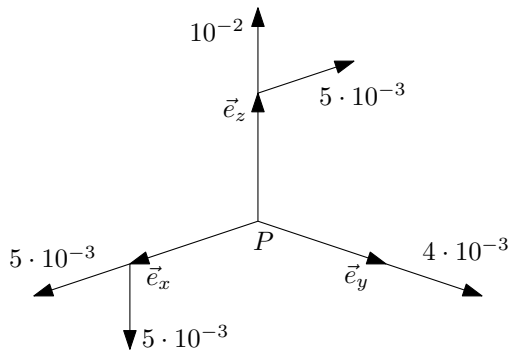
b) $\varepsilon_n = 5,76 \cdot 10^{-4}; \quad \gamma_{mn} = -9,36 \cdot 10^{-4}.$

8.2 (MP. II. 3.13) Az xyz koordináta-rendszer P pontjában ismeretesek egy rugalmas test alakváltozási jellemzői: $\varepsilon_x = 5 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_y = 4 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_z = 10^{-2}$; $\gamma_{yx} = \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = 0$ és $\gamma_{zx} = \gamma_{xz} = -10^{-2}$.

- a) Szemléltesse elemi triéderen a P pontbeli alakváltozási állapotot!
- b) Számítsa ki az ε_n fajlagos nyúlást és a γ_{yn} szögtorzulást, ha $\vec{e}_n = 0,8\vec{e}_x + 0,6\vec{e}_z$!

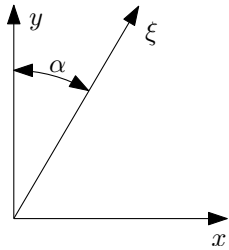
Végeredmények:

a) szemléltetés



b) $\varepsilon_n = 2 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_{yn} = 0$.

8.3 (MP. II. 3.15 a) Ismert egy test sík felületének egy pontjában az ábrán vázolt három irányban, valamint a síkra merőleges irányban (amely alakváltozási főtengely) a fajlagos nyúlás. $\varepsilon_x = -4 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_y = 6 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_\xi = 6 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_z = 5 \cdot 10^{-4}$; $\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = 0$; $\alpha = 30^\circ$. Számítsa ki a γ_{xy} szögváltozás értékét!



Végeredmény:

$$\gamma_{xy} = 5,774 \cdot 10^{-4}.$$

8.4 (MP. II. 3.20) Egy szilárd test P pontjában ismert a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixa:

$$\left[\underline{\underline{T}}_P \right] = \begin{bmatrix} 400 & -500 & 0 \\ -500 & 0 & 500 \\ 0 & 500 & -500 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

Határozza meg a P pontban

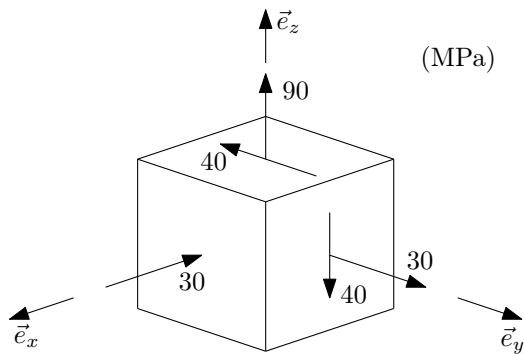
a) az \vec{e}_x ; \vec{e}_y ; \vec{e}_z normálvektorokhoz tartozó $\vec{\rho}_x$; $\vec{\rho}_y$; $\vec{\rho}_z$ feszültségvektorokat;

b) az $\vec{n} = 0,8\vec{e}_y + 0,6\vec{e}_z$ normálisú elemi felületen a $\vec{\rho}_n$ feszültségvektort, a σ_n normálfe-
szültséget és a $\vec{\tau}_n$ csúsztatófeszültség-vektort!

Végeredmények:

- a) $\vec{\rho}_x = (400\vec{e}_x - 500\vec{e}_y)$ MPa; $\vec{\rho}_y = (-500\vec{e}_x + 500\vec{e}_z)$ MPa; $\vec{\rho}_z = (500\vec{e}_y - 500\vec{e}_z)$ MPa.
 b) $\vec{\rho}_n = (-400\vec{e}_x + 300\vec{e}_y + 100\vec{e}_z)$ MPa; $\sigma_n = 300$ MPa;
 $\vec{\tau}_n = (-400\vec{e}_x + 60\vec{e}_y - 80\vec{e}_z)$ MPa.

8.5 (MP. II. 3.21) A P pontban keletkező feszültségi állapot a pont környezetéből kivett elemi kockán adott.

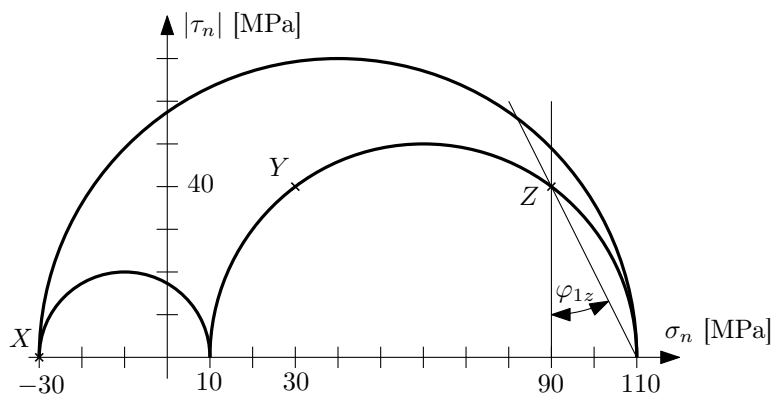


- a) Írja fel a feszültségi tenzor mátrixát!
 b) Rajzolja meg a feszültségi állapot teljes Mohr-féle feszültségi kördiagramját!
 c) A kördiagram segítségével határozza meg a főfeszültségeket és a feszültségi főirányokat!
 d) Számítsa ki külön a Mohr-, és külön a Huber-Mises-Hencky-féle elmélet szerinti redukált feszültség értékét!

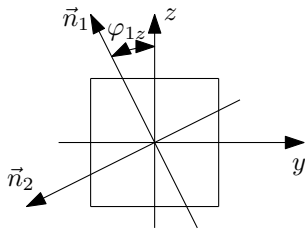
Végeredmények:

a)
$$[\underline{T}] = \begin{bmatrix} -30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & -40 \\ 0 & -40 & 90 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

- b) Mohr-féle feszültségi kördiagram



c) $\sigma_1 = 110 \text{ MPa}; \quad \sigma_2 = 10 \text{ MPa}; \quad \sigma_3 = -30 \text{ MPa}; \quad \varphi_{1z} = 26,5651^\circ.$



d) $\sigma_{\text{red}}^{\text{Mohr}} = 140 \text{ MPa}; \quad \sigma_{\text{red}}^{\text{HMH}} = 124,9 \text{ MPa}.$

8.6 (Fejezetek a Szilárdságtanból (FSz.): 67. old. 2.7) Adott a feszültségi tenzor mátrixa az xyz koordináta-rendszerben:

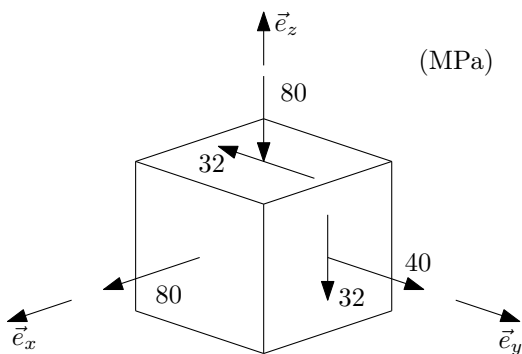
$$[\underline{T}] = \begin{bmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & -32 \\ 0 & -32 & -80 \end{bmatrix} \text{ MPa}.$$

Írja fel a feszültségi tenzor diadikus előállítását, szemléltesse a feszültségi állapotot az elemi kockán és számítsa ki az $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{17}}(4\vec{e}_y - \vec{e}_z)$ és az $\vec{m} = \frac{1}{\sqrt{17}}(\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)$ normálisú felületelemeken ébredő σ_n és σ_m normál feszültséget, valamint a τ_{mn} nyírófeszültséget. Írja fel a feszültségi tenzor mátrixát, illetve diadikus előállítását az $\vec{e}_x; \vec{n}; \vec{m}$ egységvektorok által kifeszített kartéziszi koordináta-rendszerben!

Végeredmények:

Diadikus alak: $\underline{T} = 80\vec{e}_x \circ \vec{e}_x + (40\vec{e}_y - 32\vec{e}_z) \circ \vec{e}_y + (-32\vec{e}_y - 80\vec{e}_z) \circ \vec{e}_z$ MPa.

Szemléltetés az elemi kockán:

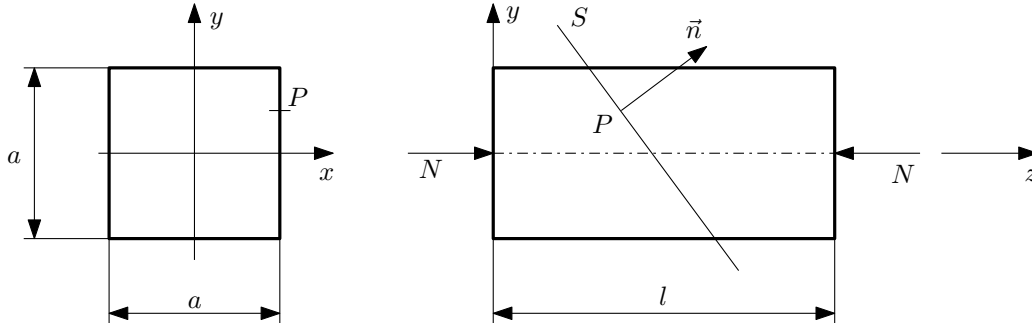


$\sigma_n = 48 \text{ MPa}; \quad \sigma_m = -88 \text{ MPa}; \quad \tau_{mn} = 0.$

$$[\underline{T}]_{x,m,n} = \begin{bmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & -88 & 0 \\ 0 & 0 & 48 \end{bmatrix} \text{ MPa}.$$

10. hét: Egyszerű igénybevételek: húzás, nyomás

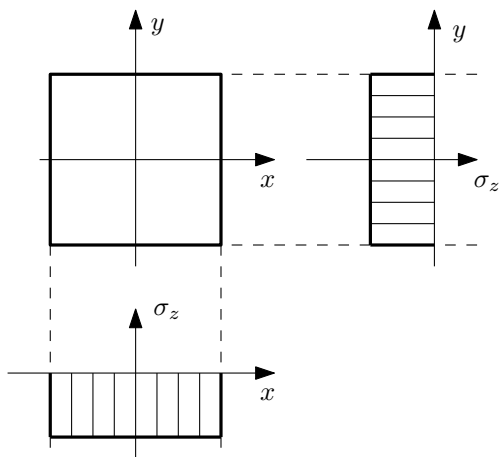
10.1 (MP. II. 4.2) A négyzet keresztmetszetű zömök rúdszakasz nyomásra van igénybevéve. $N = -600$ kN; $a = 50$ mm; $l = 100$ mm; $\vec{n} = 0,6\vec{e}_y + 0,8\vec{e}_z$; $E = 2 \cdot 10^5$ MPa; $\nu = 1/3$.



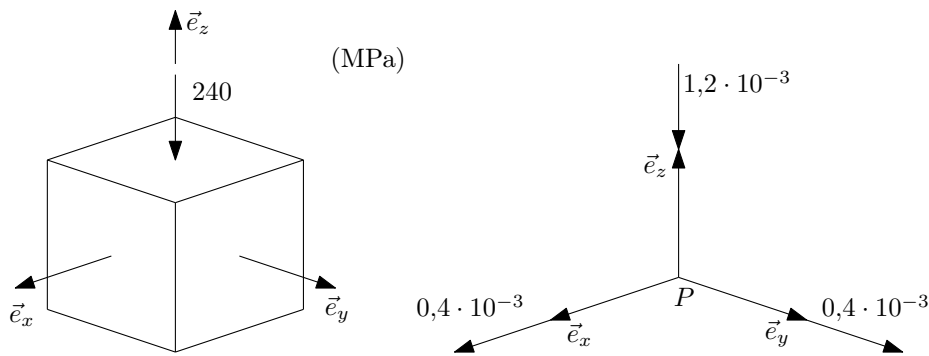
- Rajzolja meg a $z = 0$ keresztmetszetben ébredő feszültségek eloszlásának jellegét az x és y koordináták függvényében!
- Határozza meg a $P(25; 12,5; 40)$ mm pontbeli \underline{T}_P feszültségi tenzor valamint az \underline{A}_P alakváltozási tenzor mátrixát, és szemléltesse is azokat!
- Szerkessze meg a P pontbeli feszültségi állapot Mohr-féle kördiagramját!
- Határozza meg a P ponton átmenő \vec{n} normálisú S síkon fellépő σ_n feszültséget!

Végeredmények:

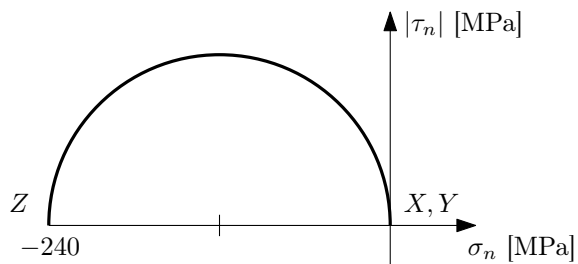
- feszültségeloszlás:



$$b) \left[\underline{T}_P \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -240 \end{bmatrix} \text{ MPa}; \quad \left[\underline{A}_P \right] = \begin{bmatrix} 0,4 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0 & -1,2 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$



c) Mohr-féle kördiagram:



d) $\sigma_n = -153,6$ MPa.

10.2 (BS Példatár 5.8) Méretezzünk vontatórudat. Szükséges vontatóerő $F = 25$ kN, a rúd körkeresztmetszetű, anyagára vonatkozó folyáshatár $\sigma_F = 210$ MPa; $n_F = 1,5$; $E = 2 \cdot 10^5$ MPa. Mekkora a tényleges biztonsági tényező, ha $d = 15$ mm-t választunk? Mekkora a 3 m hosszú rúd megnyúlása?

Végeredmények:

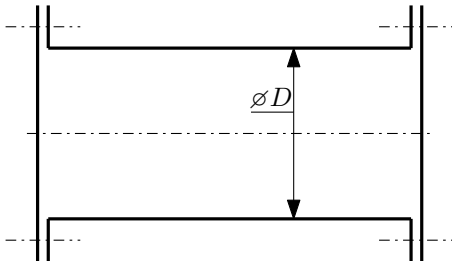
$$d \geq 15,079 \text{ mm}; \quad n_F^{\text{tényl.}} = 1,48; \quad \Delta l = 2,1225 \text{ mm}.$$

10.3 (BS Példatár 5.11) Egy acélsodrony kötélnek $F = 90$ kN terhet kell tartania. Határozza meg, hány acélszálnak kell alkotnia a sodronyt! Egy acélszál átmérője: $d = 1,6$ mm; $\sigma_{\text{meg}} = 200$ MPa.

Végeredmény:

$$k = 224 \text{ db}.$$

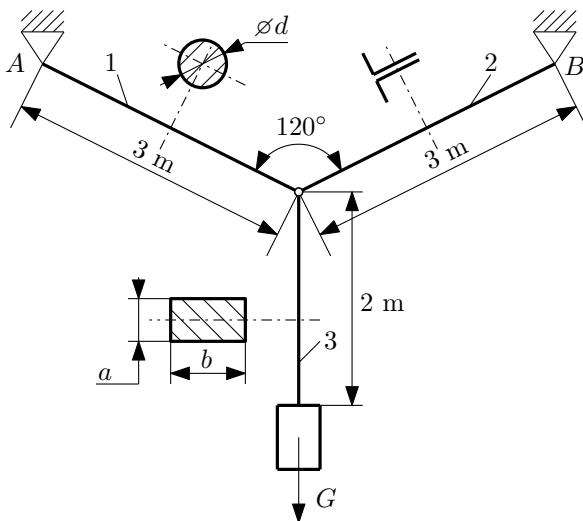
10.4 (MP. II. 4.19) A D átmérőjű hengeres tartály fedelét k számú csavar szorítja le. A tartály p nyomású gázt tárol. $p = 10$ MPa; $k = 20$; $D = 500$ mm. A csavarok anyagának $\sigma_F = 160$ MPa a folyási határa, és $n_F = 4$ az erre vonatkoztatott biztonsági tényező. Határozza meg, hogy mekkora az egyes csavarok magkeresztmetszetének A_{sz} szükséges mérete (a szereléskor fellépő feszültségek elhanyagolását a nagy biztonsági tényező indokolja)!



Végeredmény:

$$A_{sz} = 2,454 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \implies d_{sz} \geq 55,9 \text{ mm.}$$

10.5 (MP. II. 4.14) Három rúdból összeépített szerkezet függőleges rúdján G súlyú test függ. $G = 150$ kN; $d = 40$ mm; $2a = b$; $E = 200$ GPa; a rudak anyagának $\sigma_{meg} = 120$ MPa a megengedett feszültsége.



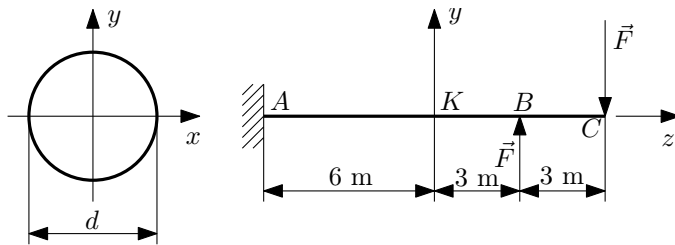
- Ellenőrizze az 1-es jelű rúd bejelölt keresztmetszetét!
- Határozza meg a 2-es és 3-as jelű rudak A_{2sz} és A_{3sz} szükséges keresztmetszetét, majd méretezze a 2-es jelű rudat 2 db egyenlőtlen szárú L szelvényre, és a 3-as jelű rudat téglalap keresztmetszetűre!
- Határozza meg az egyes rudakban felhalmozódó U_1 ; U_2 ; U_3 belső energia értékét!

Végeredmények:

- a) $\sigma_1 = 119,37 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} \implies$ megfelel.
- b) $A_{2sz} = A_{3sz} = 1250 \text{ mm}^2 \implies$
a választott L szelvény: $L55 \times 75 \times 5$
a téglalap méretei: $a = 25 \text{ mm}$; $b = 50 \text{ mm}$.
- c) $U_1 = 134,3 \text{ J}$; $U_2 = 133,93 \text{ J}$; $U_3 = 90 \text{ J}$.

11. hét: Egyszerű igénybevételek: hajlítás

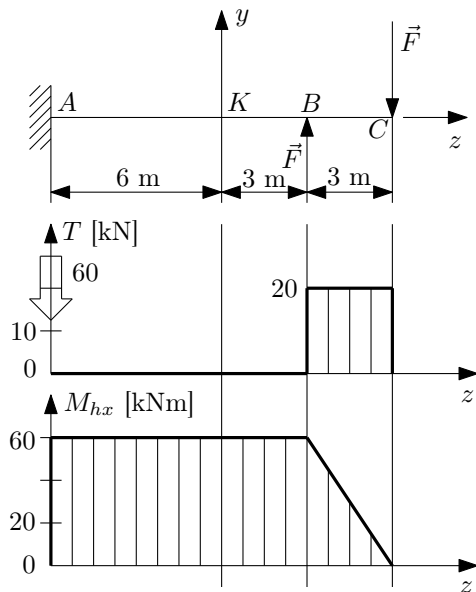
11.1 (MP. II. 4.55) Az egyik végén befogott körkeresztmetszetű prizmatikus rudat \vec{F} és $-\vec{F}$ erők terhelik. $|\vec{F}| = 20 \text{ kN}$; $d = 160 \text{ mm}$.



- a) Rajzolja meg a tartó hajlítónyomatéki ábráját a jellemző metszések feltüntetésével!
- b) Határozza meg a tartó veszélyes keresztmetszetét, illetve veszélyes keresztmetszeteit!
- c) Határozza meg a tartó $z = 0$ keresztmetszetében a feszültségek eloszlását, mint az x és y koordináták függvényét!
- d) Határozza meg a $P(0; 80; 0)$ mm pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát!
- e) Szemléltesse a P pontbeli feszültségi állapotot (az xyz koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamos élű) elemi kockán!
- f) Rajzolja meg a P pontbeli feszültségi állapot Mohr-féle kördiagramját!

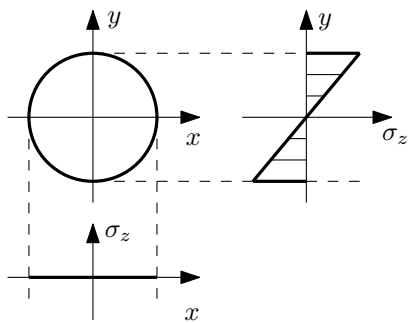
Végeredmények:

a) Igénybevételi ábrák:



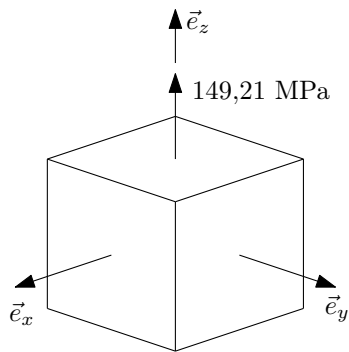
b) A rúd \overline{AB} szakaszán minden keresztmetszet veszélyes.

c) $\sigma_z = 1,865y$

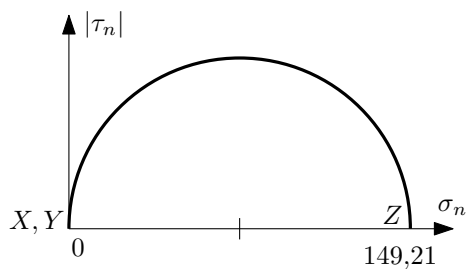


d)
$$\left[\underline{T} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 149,21 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

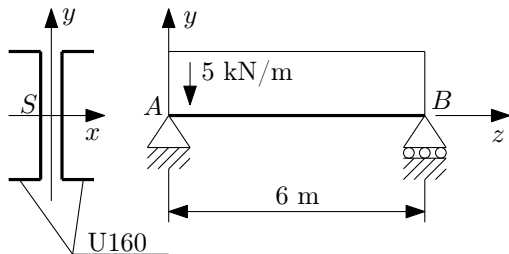
e) szemléltetés:



f) Mohr-körök:



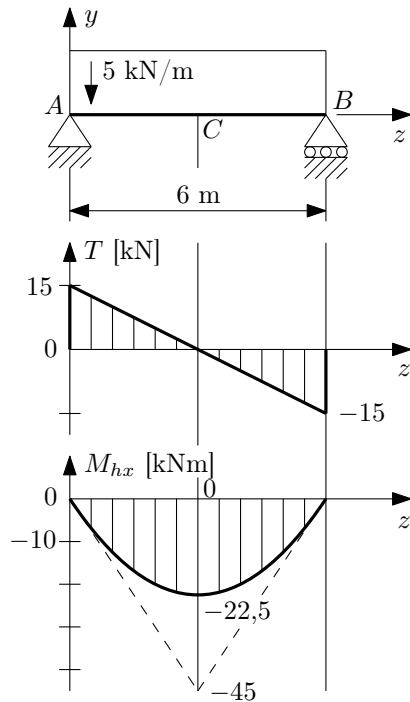
11.2 (MP. II. 4.57) Ismeretes az állandó keresztmetszetű kéttámaszú tartó terhelése.



- Az igénybevételi ábrák megrajzolása után határozza meg a tartó veszélyes keresztmetszetét, illetve veszélyes keresztmetszeteit!
- Határozza meg a σ_z^{\max} maximális normál feszültség értékét, továbbá a tartó maximális feszültségű P pontjának, illetve pontjainak x, y, z koordinátáit!
- Ellenőrizze a tartót feszültségcsúcsra, ha a tartó anyagára $\sigma_{\text{meg}} = 150$ MPa a megengedett feszültség!

Végeredmények:

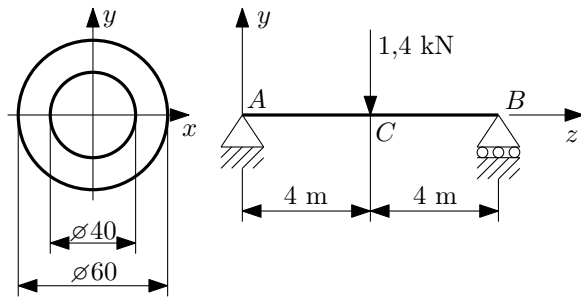
a) Igénybevételi ábrák alapján a veszélyes keresztmetszet: C



b) $\sigma_z^{\max} = 120,48 \text{ MPa}$; $P(-64 \leq x \leq 64; y = \pm 80; z = 3000) \text{ mm}$.

c) Mivel $\sigma_z^{\max} \leq \sigma_{\text{meg}} \implies$ megfelel.

11.3 (MP. II. 4.60) Ismeretes az állandó keresztmetszetű kéttámaszú tartó terhelése.



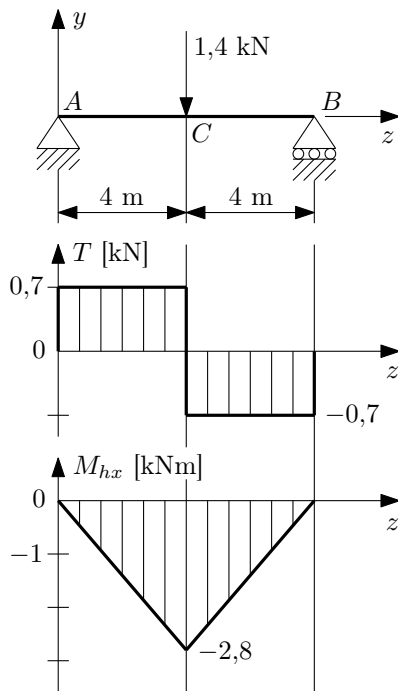
a) Az igénybevételi ábrák megrajzolása után határozza meg a tartó veszélyes keresztmetszetét, illetve veszélyes keresztmetszeteit!

b) Határozza meg a σ_z^{\max} maximális normál feszültség értékét, továbbá a tartó maximális feszültségű P pontjának, illetve pontjainak x, y, z koordinátáit!

c) Ellenőrizze a tartót feszültségcsúcsra, ha a tartó anyagára $\sigma_{\text{meg}} = 150 \text{ MPa}$ a megengedett feszültség!

Végeredmények:

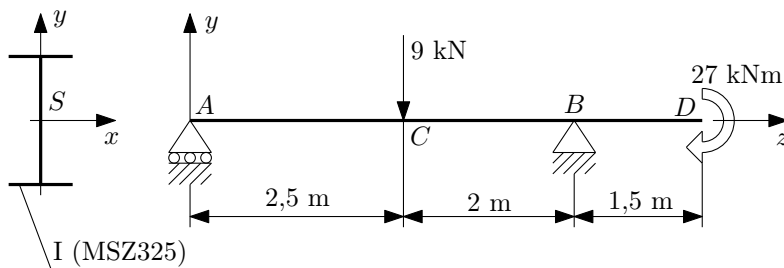
a) Az igénybevételi ábrák alapján a veszélyes keresztmetszet: C



b) $\sigma_z^{\max} = 164,54 \text{ MPa}; \quad P(0; \pm 30; 4000) \text{ mm}.$

c) Mivel $\sigma_z^{\max} > \sigma_{\text{meg}} \implies$ nem felel meg.

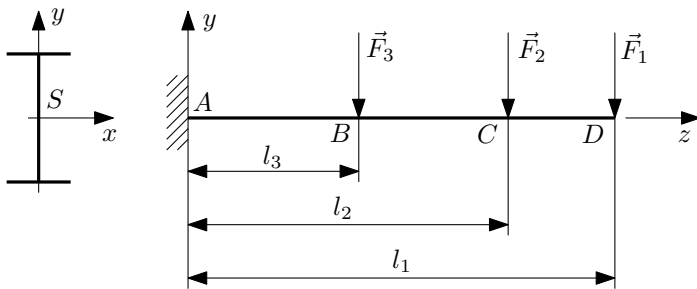
11.4 (MP. II. 4.63) Ismeretes a prizmatikus tartó terhelése, keresztmetszetének alakja, anyagának σ_F folyási határa és az előírt n_F biztonsági tényező. $\sigma_F = 330 \text{ MPa}; n_F = 2$. Méretezze a tartót feszültségcsúcsra!



Végeredmény:

$K_x^{\text{szüks}} = 163636,36 \text{ mm}^3$ így a választott I tartó: I200.

11.5 (BS Példatár 5.183) Ismeretes az ábrán vázolt I tartó és annak terhelése. Méretezze a tartót feszültségcsúcsra! $\sigma_{\text{meg}} = 120 \text{ MPa}$; $F_1 = 15 \text{ kN}$; $F_2 = 9 \text{ kN}$; $F_3 = 20 \text{ kN}$; $l_1 = 2 \text{ m}$; $l_2 = 1,5 \text{ m}$; $l_3 = 0,8 \text{ m}$.

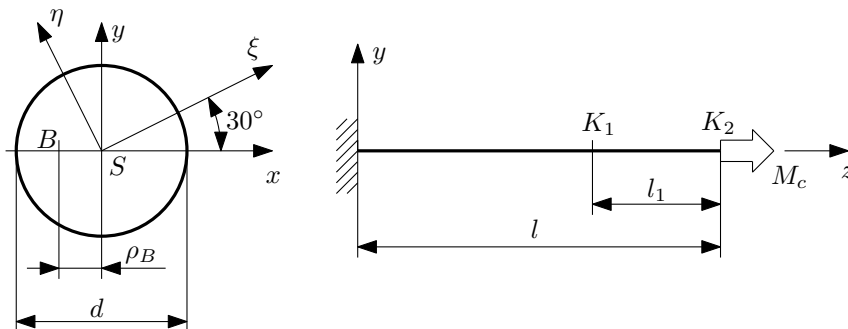


Végeredmény:

$K_x^{\text{szüks}} = 495833 \text{ mm}^3$ így a választott I tartó: I280.

12. hét: Egyszerű igénybevételek: csavarás

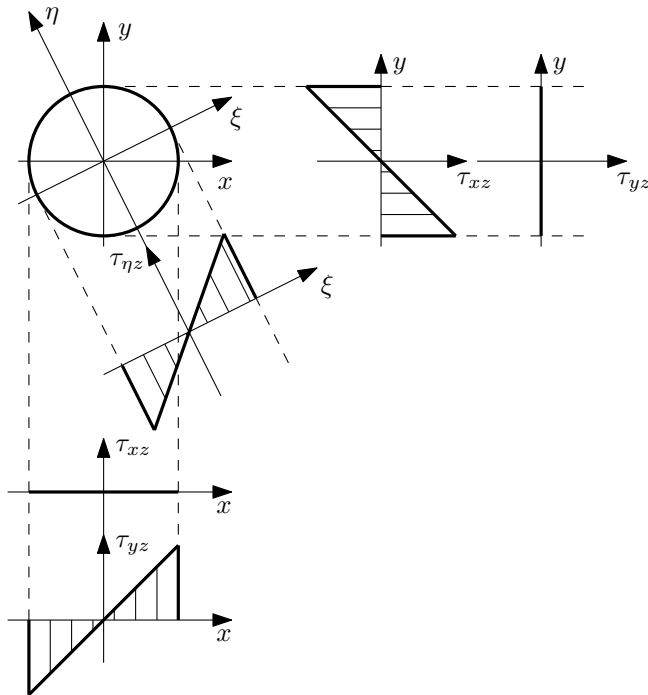
12.1 (MP. II. 4.79) A körkeresztmetszetű, d átmérőjű, egyik végén befalazott l hosszúságú rudat M_c csavarónyomaték terheli. $M_c = 40 \text{ Nm}$; $l = 500 \text{ mm}$; $l_1 = 160 \text{ mm}$; $d = 20 \text{ mm}$; $E = 200 \text{ GPa}$; $\nu = 0,3$; $\rho_B = 5 \text{ mm}$.



- Határozza meg a K_1 keresztmetszetben ható $\tau_{yz}(x)$, $\tau_{xz}(y)$, és $\tau_{\eta z}(\xi)$ csúsztatófeszültség eloszlását az x , y illetve ξ tengely mentén!
- Határozza meg a K_1 keresztmetszet B pontjában a $\underline{\underline{T}}_B$ feszültségi tenzor mátrixát, és szemléltesse azt a B pont környezetéből kivett (az xyz koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamos élű) elemi kockán!
- Határozza meg az $\underline{\underline{A}}_B$ alakváltozási tenzor mátrixát a B pontban, és szemléltesse az elemi triéderen!
- Határozza meg a K_1 , K_2 keresztmetszetek egymáshoz viszonyított ψ_{12} szögelfordulását!
- Határozza meg a rúd l hosszúságú szakaszán felhalmozódott U belső energia értékét!

Végeredmények:

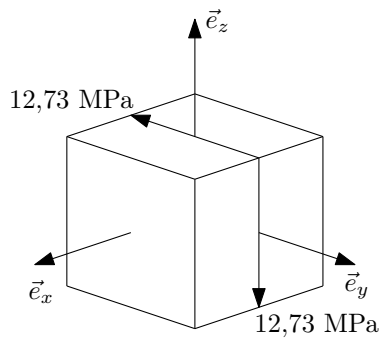
a) a feszültségeloszlások:



$$\tau_{yz}(x) = 2,55x; \quad \tau_{xz}(y) = -2,55y; \quad \tau_{\eta z}(\xi) = 2,55\xi.$$

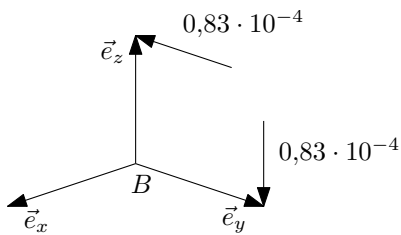
b)
$$\left[\underline{T}_{\underline{B}} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12,73 \\ 0 & -12,73 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

szemléltetés:



c)
$$\left[\underline{A}_{\underline{B}} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,83 \\ 0 & -0,83 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

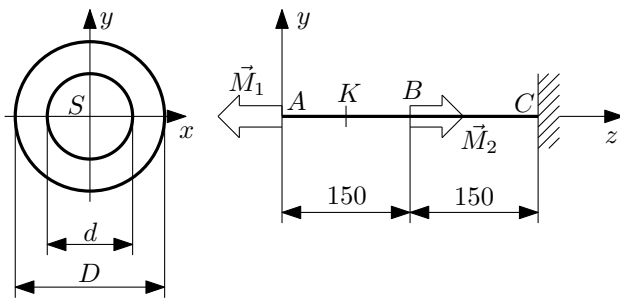
szemléltetés:



d) $\psi_{12} = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0,3^\circ$.

e) $U = 0,33 \text{ J}$.

12.2 (MP. II. 4.80) Az egyik végén befogott körgyűrű keresztmetszetű prizmatikus rudat \vec{M}_1 és \vec{M}_2 nyomatékú erőpárok terhelik. $\vec{M}_1 = -M_1\vec{e}_z$; $\vec{M}_2 = (0,12\vec{e}_z)$ kNm; $D = 40$ mm; $d = 20$ mm; a rúd anyagának csavarásra megengedett csúszató feszültsége $\tau_{\text{meg}} = 60$ MPa; $G = 80$ GPa.

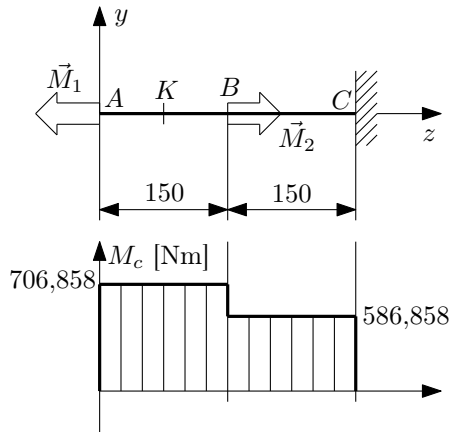


- Mekkora M_1 nyomaték esetén lesz a K keresztmetszetben a legnagyobb csúszatófeszültség éppen τ_{meg} ?
- Határozza meg a rúd csavarónyomatéki ábráját a jellemző metszések számszerű fel-tüntetésével, és számolja ki az A keresztmetszetnek a C keresztmetszethez viszonyított ψ_{AC} szögelfordulását!
- Számítsa ki a terhelés hatására a rúdban felhalmozódó U belső energia értékét!

Végeredmények:

a) $M_1 = 706,858 \text{ Nm}$.

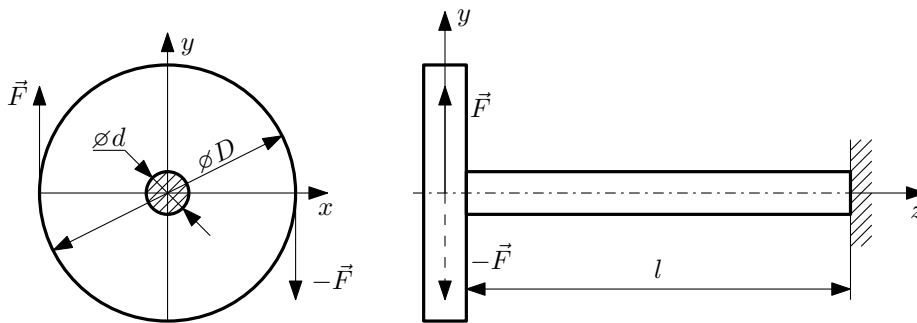
b) Igénybevételi ábra:



$$\psi_{AC} = 0,0102 \text{ rad} = 0,59^\circ.$$

c) $U = 3,358 \text{ J}$.

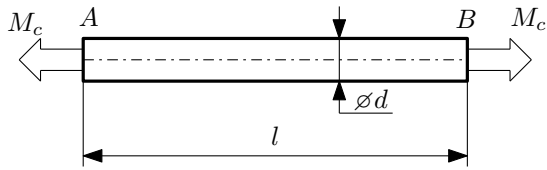
12.3 (MP. II. 4.81) A d átmérőjű rúdhoz mereven kapcsolódó D átmérőjű tárcsa ke-
rületén állandó \vec{F} és $-\vec{F}$ erőkből álló erópár működik. $|\vec{F}| = 5 \text{ kN}$; $D = 0,4 \text{ m}$; $d = 60$
mm. Ellenőrizze a rudat, ha a rúd anyagára $\tau_{\text{meg}} = 60 \text{ MPa}$ a csavarásra megengedett
csúsztatófeszültség!



Végeredmény:

$$\tau_{\text{max}} = 47,16 \text{ MPa} < \tau_{\text{meg}} \implies \text{megfelel.}$$

12.4 (MP. II. 4.86) Az l hosszúságú, d átmérőjű körkeresztmetszetű rudat M_c csavarónyomaték terheli. $M_c = 860 \text{ Nm}$; $G = 80 \text{ GPa}$; $l = 0,2 \text{ m}$.



a) Méretezze a rudat, ha a két szélső (A és B) keresztmetszetek egymáshoz viszonyított szögelfordulásának megengedett értéke $\phi_{\text{meg}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$!

b) Ellenőrizze a rudat feszültségcsúcsra, ha $\tau_{\text{meg}} = 60 \text{ MPa}$!

Végeredmények:

a) $d \geq 57,52 \text{ mm}$.

b) $\tau_{\text{max}} = 23,01 \text{ MPa} < \tau_{\text{meg}} \implies$ megfelel.

12.6 (BS Példatár 5.161) A $D = 280 \text{ mm}$ külső átmérőjű acélcsövet $4,9 \cdot 10^4 \text{ Nm}$ csavarónyomaték veszi igénybe.

a) Mekkora lehet legfeljebb a cső belső átmérője, ha a legnagyobb csavarófeszültség $32 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ lehet?

b) Mekkora a cső méterenkénti szögelfordulása?

Végeredmények:

a) $d \leq 250,9 \text{ mm}$.

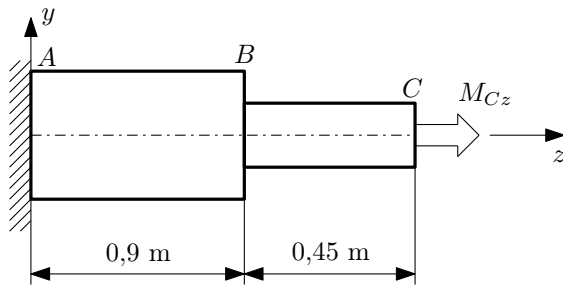
b) $\psi = 2,79 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0,16^\circ$.

12.7 (FSz. 125. old. 4.10) Melegvíz kút fúrásakor a fúrófej a 900 m mélységet érte el. Újraindításkor azt figyelték meg, hogy a 200 mm külső átmérőjű acél fúrócső egy teljes fordulatot végez, mielőtt a fúrófej újra munkához kezdene. Mekkora a fúrócsőben a csavarásból adódó nyírófeszültség maximuma? ($G_{\text{acél}} = 80 \text{ GPa}$)

Végeredmény:

$\tau_{\text{max}} = 55,85 \text{ MPa}$.

12.8 (FSz. 125. old. 4.11) Az ábrán vázolt rúd AB szakaszán 36 MPa, BC szakaszán pedig 90 MPa a megengedett nyírófeszültség. Az AB szakasznak 92 mm, a BC szakasznak pedig 70 mm az átmérője. Mekkora lehet a rudat terhelő M_{Cz} csavarónyomaték maximuma, ha nem vesszük figyelembe a keresztmetszet-változás feszültséggyűjtő hatását?

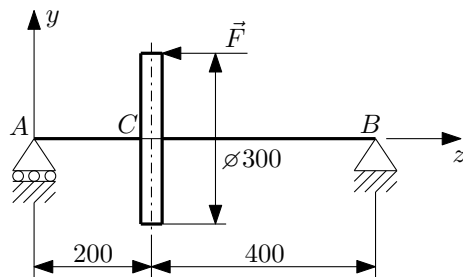


Végeredmény:

$$M_{Cz}^{\max} = 5,504 \text{ kNm.}$$

13. hét: Összetett igénybevételek

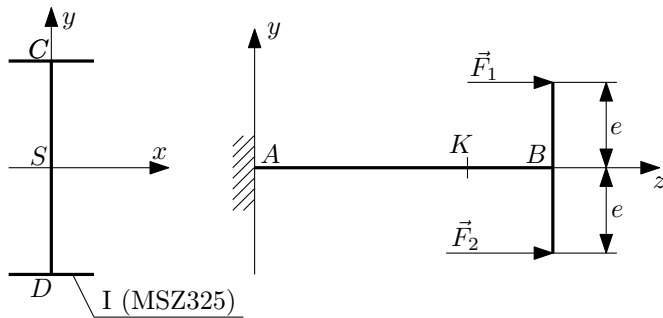
13.1 (MP. II. 5.6 a) A kéttámaszú tartónak tekinthető körkeresztmetű tengelyre ékelt tárcsa kerületén tengelyirányú \vec{F} erő hat. $\vec{F} = (-5\vec{e}_z)$ kN; $E = 200$ GPa. Méretezze az AB tengelyt feszültségcsúcsra, ha a tartó anyagának $\sigma_{\text{meg}} = 130$ MPa a megengedett feszültsége!



Végeredmény:

$$d \geq 33,96 \text{ mm.}$$

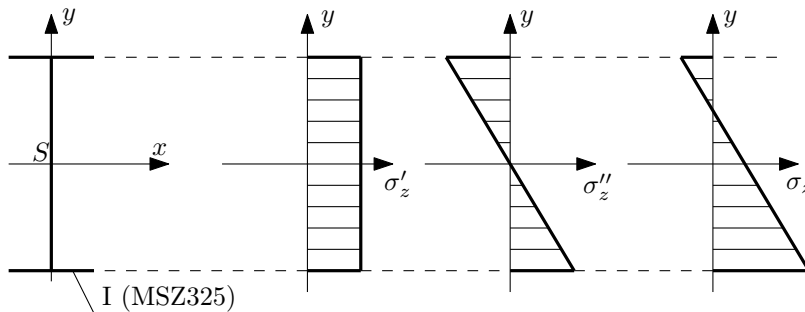
13.2 (MP. II. 5.9 módosítva) Ismert az ábrán látható I tartó AB szakaszának keresztmetszete, melyre \vec{F}_1 és \vec{F}_2 erők hatnak. $|\vec{F}_1| = 80 \text{ kN}$; $|\vec{F}_2| = 120 \text{ kN}$; $e = 250 \text{ mm}$.



- Határozza meg a K keresztmetszetben ébredő feszültségek eloszlását az y tengely mentén!
- Méretezze a tartót, ha a megengedett feszültség $\sigma_{\text{meg}} = 100 \text{ MPa}$!
- Határozza meg a K keresztmetszet C , S és D pontjában a $\underline{\underline{T}}_C$, $\underline{\underline{T}}_S$ és $\underline{\underline{T}}_D$ feszültségi tenzor mátrixát!

Végeredmények:

- A feszültségeloszlás:

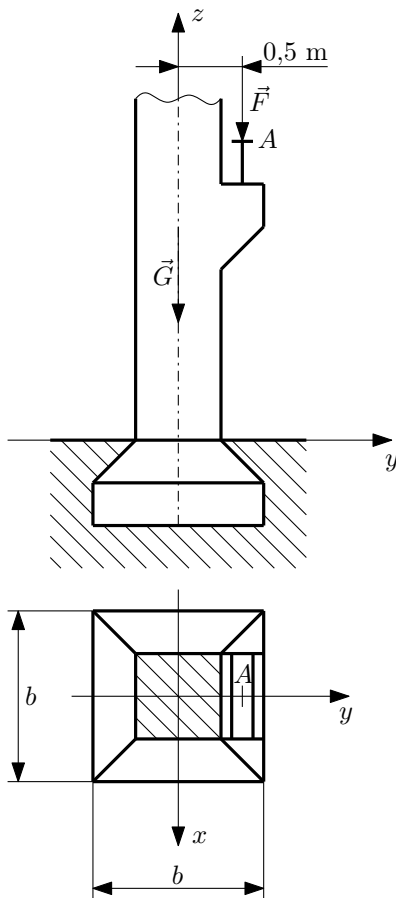


- I220.

$$c) \left[\underline{\underline{T}}_C \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14,66 \end{bmatrix} \text{ MPa}; \quad \left[\underline{\underline{T}}_S \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{bmatrix} \text{ MPa};$$

$$\left[\underline{\underline{T}}_D \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 86,604 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

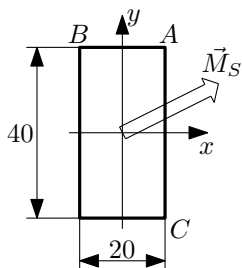
13.3 (MP. II. 5.23) A négyzet keresztmetszetű oszlopra – az önsúlyon kívül – külpontosan ható \vec{F} erő is működik. $|\vec{G}| = 300$ kN; $|\vec{F}| = 100$ kN. Mekkora kell az oszlop betonalapjának b méretét készíteni, hogy az alaplapon húzófeszültség ne ébredjen?



Végeredmény:

$$b = 0,75 \text{ m.}$$

13.4 (MP. II. 5.10) Téglalap keresztmetszetű prizmatikus rúd K keresztmetszetének igénybevétele az S súlypontba redukált $(\vec{F}; \vec{M}_S)$ eredő vektorkettőssel adott. $\vec{F} = \vec{0}$; $\vec{M}_S = (150\vec{e}_x + 120\vec{e}_y)$ Nm.

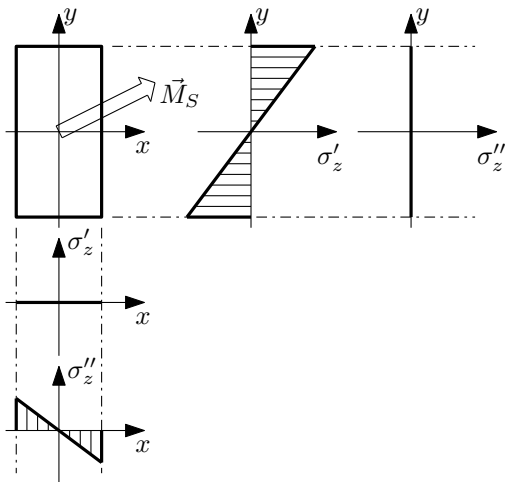


a) Rajzolja meg a feszültségeloszlást az x és y tengelyek mentén!

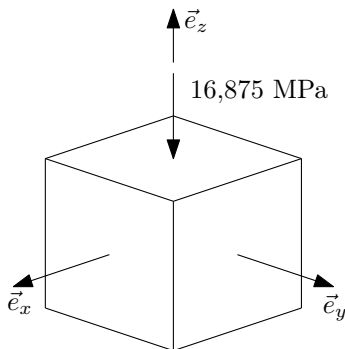
- b) Határozza meg az A pontban a $\underline{T}_{\underline{A}}$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse azt az A pont környezetéből kivett (xyz koordinátatengelyekkel párhuzamos élű) elemi kockán!
- c) Határozza meg a zérusvonal egyenletét, továbbá a zérusvonal és az x tengely által bezárt φ szög tangensét!
- d) Számítsa ki a keresztmetszet veszélyes pontjainak koordinátáit, és ezekben a pontokban a σ_{\max} maximális feszültséget!

Végeredmények:

- a) A feszültségeloszlások:



b)
$$\left[\underline{T}_{\underline{A}} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16,875 \end{bmatrix} \text{ MPa};$$

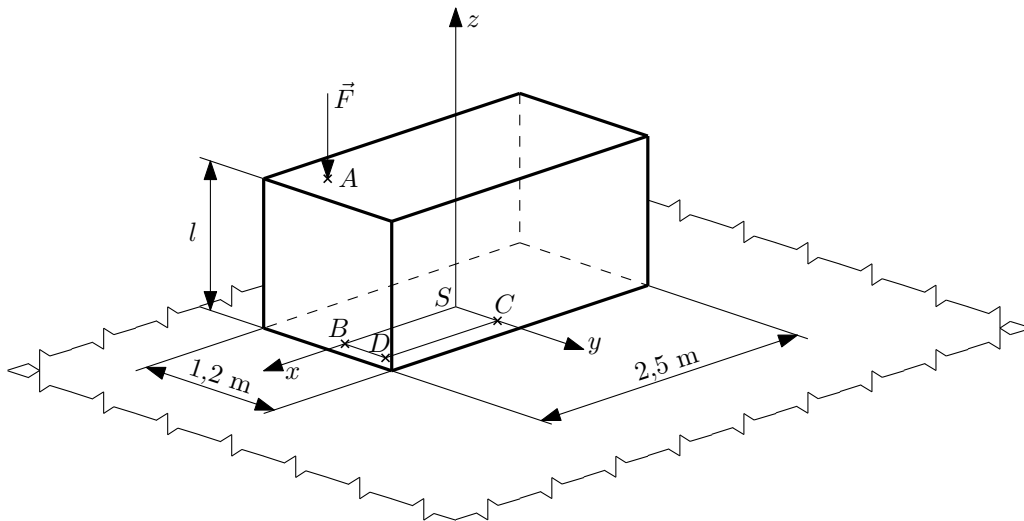


c) $y = 3,2x \implies \tan \varphi = 3,2.$

- d) A B és C pont a veszélyes: $\vec{r}_B = (-10\vec{e}_x + 20\vec{e}_y)$ mm; $\vec{r}_C = (10\vec{e}_x - 20\vec{e}_y)$ mm;
 $\sigma_{\max} = 73,125$ MPa.

13.5 (MP. II. 5.20) A téglalap keresztmetszetű, l magasságú, \vec{G} súlyú oszlopra annak $A = (0,8; -0,4;l)$ m pontjában \vec{F} koncentrált erő hat. $|\vec{F}| = 6$ MN. Határozza meg a test K ($z = 0$) keresztmetszetében a súlyerő elhanyagolásával

- a) a σ_z normál feszültség értékét az $S(0; 0; 0)$ m, $B(1,2; 0; 0)$ m, $C(0; 0,5; 0)$ m és $D(1,2; 0,5; 0)$ m pontokban;
- b) a zérusvonal $y = y(x)$ alakú egyenletét!

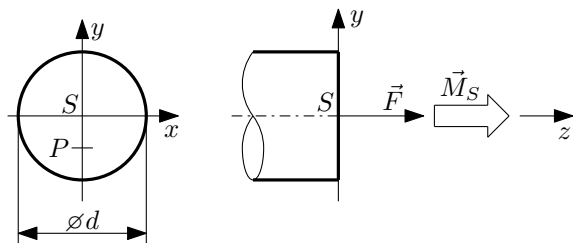


Végeredmények:

- a) $\sigma_z^S = -2$ MPa; $\sigma_z^B = -5,6864$ MPa; $\sigma_z^C = 1,3333$ MPa; $\sigma_z^D = -2,353$ MPa.
- b) $y = 300 + 0,4608x$.

14. hét: Összetett igénybevételek

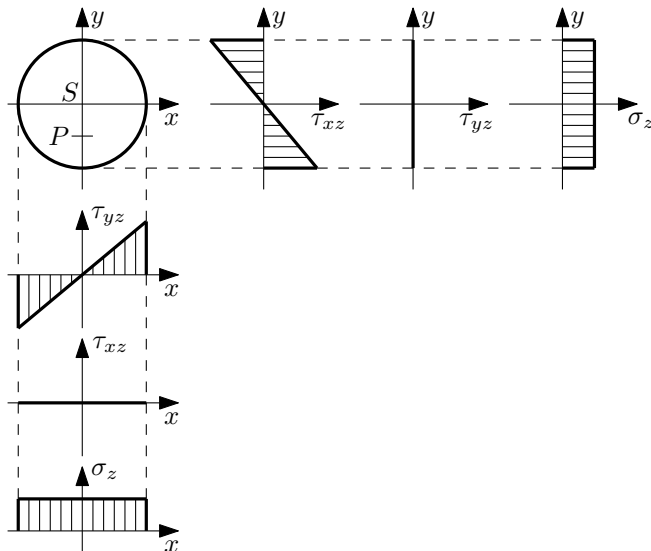
14.1 (MP. II. 5.28) Körkeresztmetszetű prizmatikus rúd K keresztmetszetének igénybevétele az S súlypontba redukált $(\vec{F}; \vec{M}_S)$ eredő vektorkettőssel (feszültségi eredőkkel) adott. $\vec{F} = (50\vec{e}_z)$ kN; $\vec{M}_S = (5\vec{e}_z)$ kNm; $d = 80$ mm.



- Állapítsa meg a K keresztmetszet igénybevételét!
- Határozza meg a $\sigma_z(x)$ normálfeszültség és a $\tau_{xy}(x)$; $\tau_{yz}(x)$ csúsztatófeszültségek eloszlásának függvényeit az x tengely mentén!
- Határozza meg a $P(0; -20)$ mm pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixának zérustól különböző koordinátáit!
- Állapítsa meg a K keresztmetszet veszélyes pontjainak koordinátáit!
- Ellenőrizze feszültségcsúcsra a keresztmetszetet a Mohr-féle elmélet alapján, ha a rúd anyagára megengedett feszültség $\sigma_{\text{meg}} = 120$ MPa!

Végeredmények:

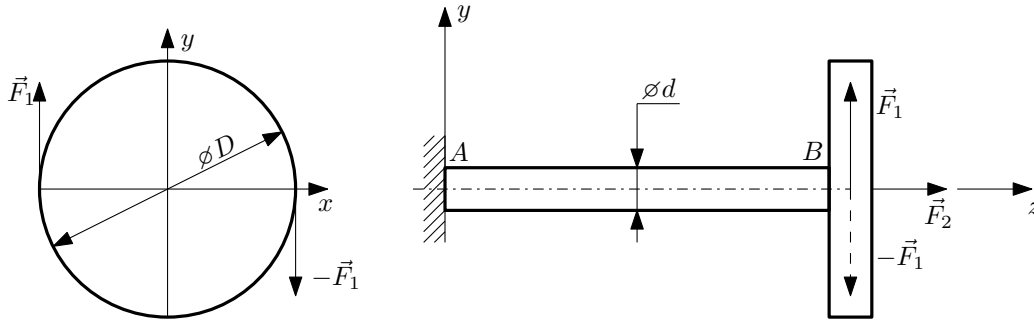
- húzás és csavarás
- a feszültségeloszlások: $\sigma_z(x) = 9,95$; $\tau_{xy}(x) = 0$; $\tau_{yz}(x) = 1,24x$.



$$c) \left[\underline{\underline{T}}_P \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 24,8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 24,8 & 0 & 9,95 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

- Veszélyes pontok: a kör kerületén lévő pontok.
- $\sigma_{\text{red}}^{\text{max}} = 99,7 \text{ MPa} \leq \sigma_{\text{meg}} \implies$ megfelel.

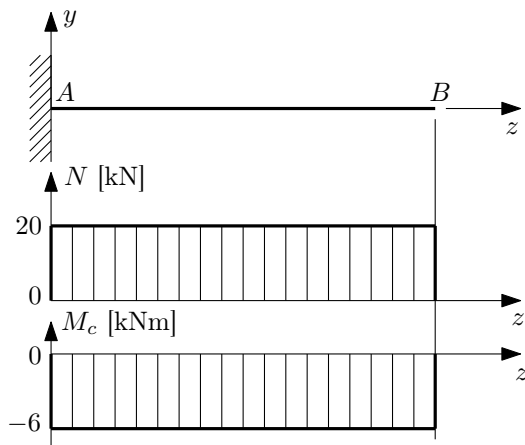
14.2 (MP. II. 5.31 a, b) A körkeresztmetszetű, d átmérőjű, egyik végén befalazott rúd másik végére ékelt D átmérőjű tárcsa kerületén \vec{F}_1 és $-\vec{F}_1$ erőkből álló erőpár működik, míg a tengelyében \vec{F}_2 erő hat. $d = 80$ mm; $|\vec{F}_1| = 5$ kN; $|\vec{F}_2| = 20$ kN; $\sigma_F = 180$ MPa; $n_F = 1,5$; $D = 1,2$ m.



- a) Rajzolja meg az AB rúd igénybevételi ábráit!
 b) Ellenőrizze a d átmérőjű rudat a Mohr-féle elmélet alapján!

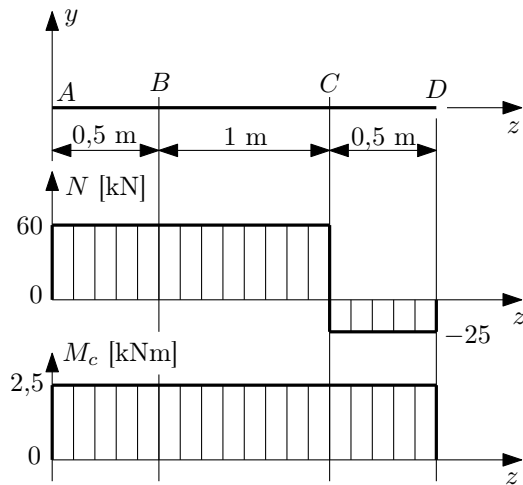
Végeredmények:

- a) Az igénybevételi ábrák:



- b) $\sigma_{\text{red}}^{\text{max}} = 119,42 \text{ MPa} \leq \sigma_{\text{meg}} \implies$ megfelel.

14.3 (MP. II. 5.32 a, b, c) Ismeretesek az AD körkeresztmetszetű prizmatikus rúd zérustól különböző igénybevételi ábrái. $d = 80$ mm; $E = 200$ GPa; $\nu = 0,25$.

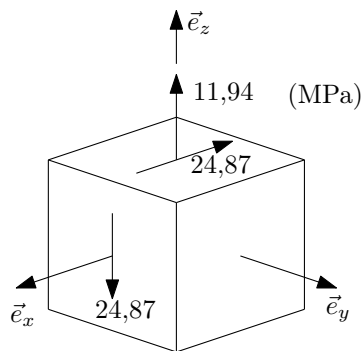


- Határozza meg a rúd veszélyes pontjait!
- Határozza meg a C^- keresztmetszet $Q(0; 40)$ mm pontjában a $\underline{T}_{=Q}$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse azt az elmei kockán!
- Rajzolja meg a Q ponthoz tartozó Mohr-féle feszültségi kördiagramot, és olvassa le arról a főfeszültségeket!

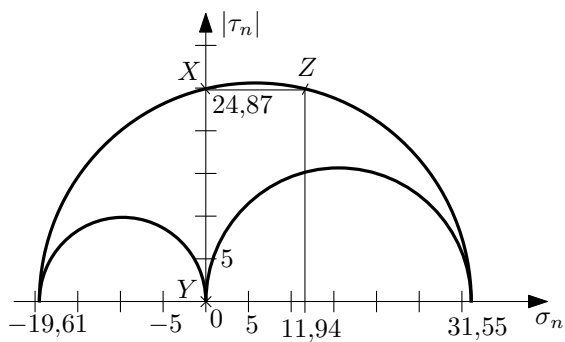
Végeredmények:

- A veszélyes keresztmetszetek: AC szakasz minden keresztmetszete; a veszélyes pontok: a kör keresztmetszet kerületi pontjai.

b)
$$\left[\underline{T}_{=Q} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -24,87 \\ 0 & 0 & 0 \\ -24,87 & 0 & 11,94 \end{bmatrix} \text{ MPa; a szemléltetés:}$$



c) A Mohr-körök:



$$\sigma_1 = 31,55 \text{ MPa}; \quad \sigma_2 = 0 \text{ MPa}; \quad \sigma_3 = -19,61 \text{ MPa}.$$

14.4 (MP. II. 5.36) A D külső, d belső átmérőjű körgyűrű-keresztmetszetű, z tengelyű, l hosszúságú prizmatikus rudat \vec{M} és $-\vec{M}$ nyomatékú erőpárok terhelik. A rúd anyagára a megengedett feszültség $\sigma_{\text{meg}} = 80 \text{ MPa}$. $\vec{M} = (600\vec{e}_x + 800\vec{e}_z) \text{ Nm}$.

a) Határozza meg az M_{red} redukált nyomatékot a Mohr-féle elmélet szerint!

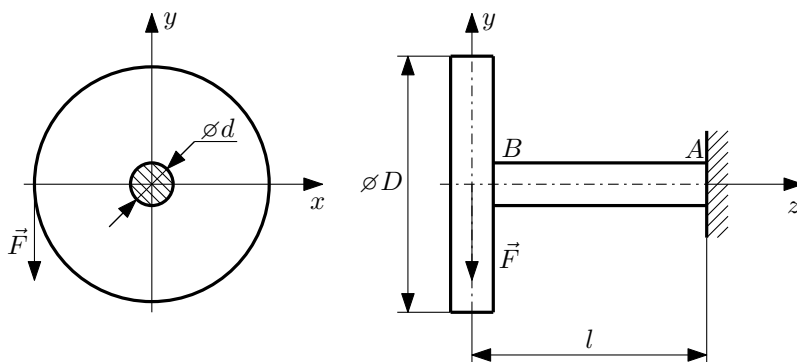
b) Méretezze a rudat feszültségcsúcsra, ha $\frac{D}{d} = 2$!

Végeredmények:

a) $M_{\text{red}} = 1000 \text{ Nm}$.

b) $d \geq 25,7 \text{ mm} \Rightarrow D \geq 51,4 \text{ mm}$.

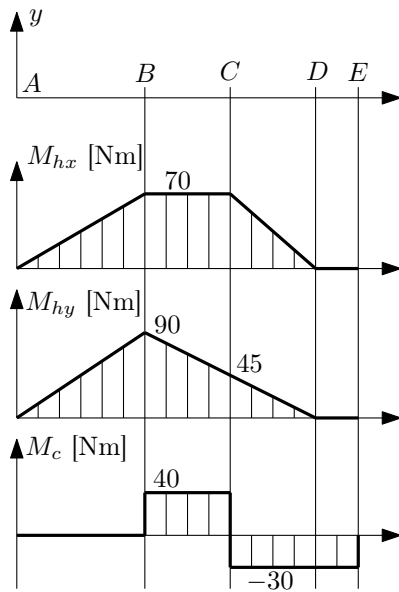
14.5 (MP. II. 5.37) Egyik végén befogott körkeresztmetszetű prizmatikus rúd másik végéhez rögzített tárcsa kerületén ismert \vec{F} erő hat. $D = 150 \text{ mm}$; $l = 100 \text{ mm}$; $|\vec{F}| = 800 \text{ N}$. Méretezze a rudat feszültségcsúcsra a Huber-Mises-Hencky-féle elmélet szerint, ha $\sigma_{\text{meg}} = 125 \text{ MPa}$.



Végeredmény:

$d \geq 19,81 \text{ mm}$.

14.6 (MP. II. 5.40) Ismeretesek az állandó d átmérőjű, körkeresztmetszetű AE tengely igénybevételi ábrái.



- Határozza meg a tengely veszélyes keresztmetszetét!
- Méretezze a tengelyt feszültségcsúcsra a Huber-Mises-Hencky-féle elmélet szerint, ha $\sigma_{\text{meg}} = 180 \text{ MPa}$!

Végeredmények:

- A veszélyes keresztmetszet: B .
- $d \geq 18,89 \text{ mm}$.

Eddig tart a félév teljes anyaga. Sok sikert kívánok a vizsgákhoz!