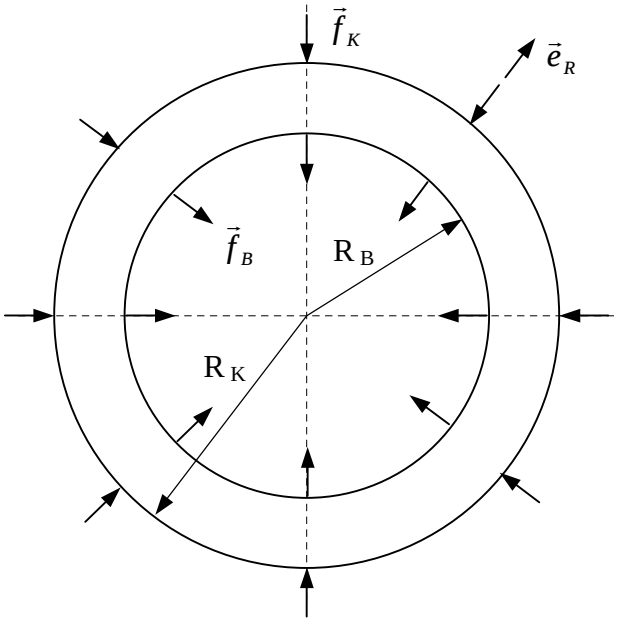
Alkalmazások általánosított síkfeszültségi állapotra:

Gyakorló feladatok általánosított síkfeszültségi állapot alkalmazására forgásszimmetrikus esetben térfogati terhelés nélkül és térfogati terheléssel.

ASF1. Az állandó b vastagságú tárcsát $\vec{f}_B$ és $\vec{f}_K$ sűrűségű megoszló erőrendszer terheli.

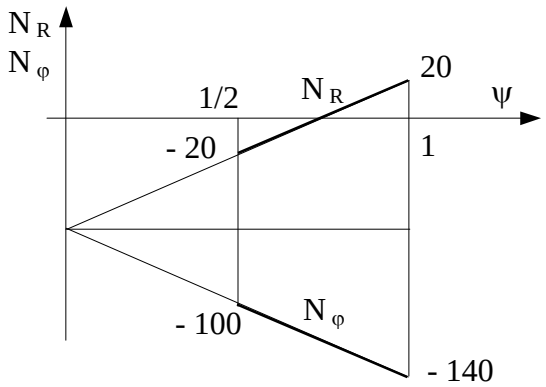
$R_B = 100\ mm$; $R_K = 100\ \sqrt{2}\ mm$; $b = 4\ mm$; $\vec{f}_B = -20\,\vec{e}_R\ N/mm$; $\vec{f}_K = -20\,\vec{e}_R\ N/mm$.



1. Vázolja az N_R , N_φ felületi feszültségek diagramját a jellemző metszékek számértékeinek megadásával!
2. Számítsa ki az $|N_\varphi|_{max}$ legnagyobb értéket!
3. Mekkora a Mohr szerinti legnagyobb redukált feszültség értéke?

Megoldás:

1.

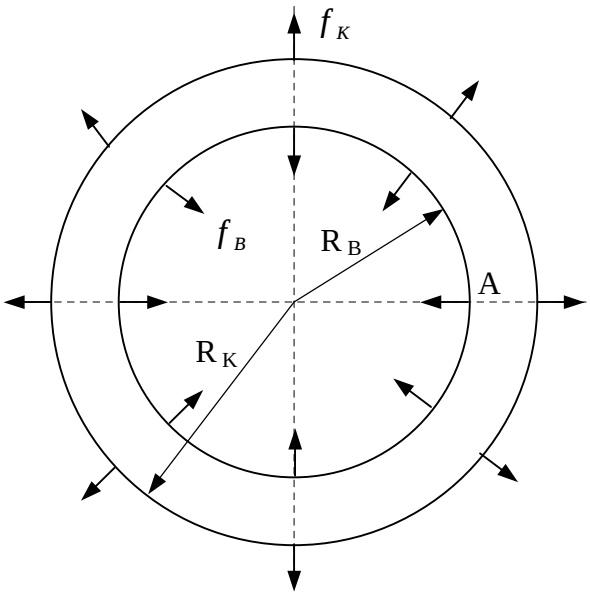


PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

2. $\left|N_{\varphi}\right|_{\max} = 140 \;\; N/mm$

3. $\overline{\sigma}^{M}_{red\,\max} = 40 \; MPa$

ASF2. Az állandó b vastagságú tárcsát $f_B = 50\ N/mm$ és $f_K = 20\ N/mm$ sűrűségű megoszló erőrendszer terheli. $b = 5\ mm$; $R_B = 100\ mm$; $R_K = 200\ mm$.

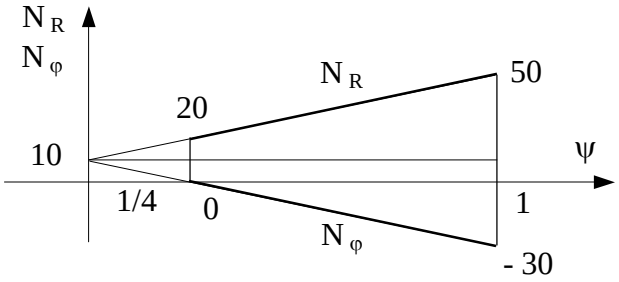


1. Írja fel a peremfeltételeket!
2. Vázolja az N_R , N_{φ} felületi feszültségek diagramját a jellemző metszékek számértékeinek megadásával!
3. Számítsa ki $\overline{\sigma}_{\varphi}$ értékét az $R = R_B$ és $R = R_K$ helyeken!
4. Szemléltesse az A pontban a felületi feszültségi állapotot az elemi négyzeten!

Megoldás:

1. $R = R_B \;\rightarrow\; \psi = 1 \;\rightarrow\; N_R = 50\ N/mm$
   $R = R_K \;\rightarrow\; \psi_K = 1/4 \;\rightarrow\; N_R = 20\ N/mm$

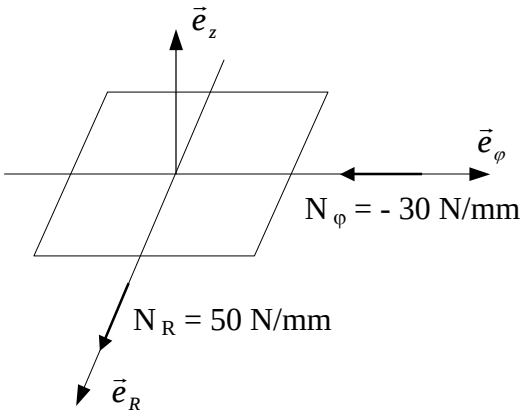
2.



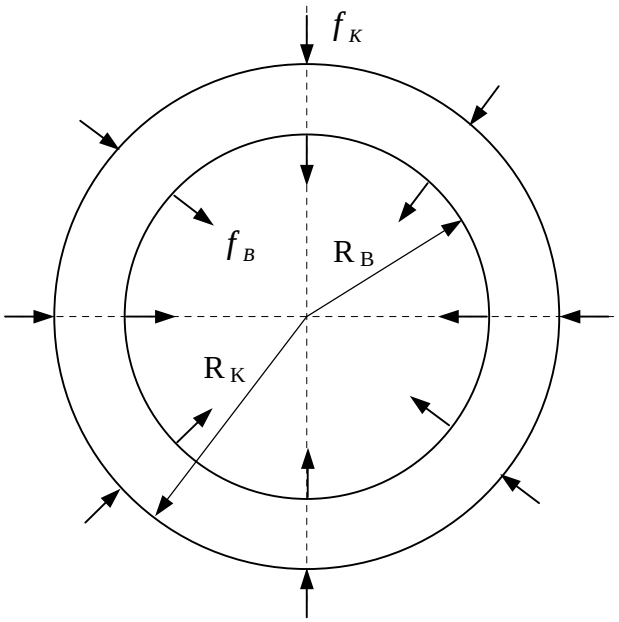
PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

3. $\bar{\sigma}_{\varphi}\left(R = R_B\right) = -6\ MPa$
$\bar{\sigma}_{\varphi}\left(R = R_K\right) = 0$

4.



ASF3. A $b = 4\ mm$ vastag tárcsa terhelése $f_B = 60\ N/mm$ és $f_K = -30\ N/mm$.
$R_B = 80\ mm$; $\sigma_{meg} = 60\ MPa$.



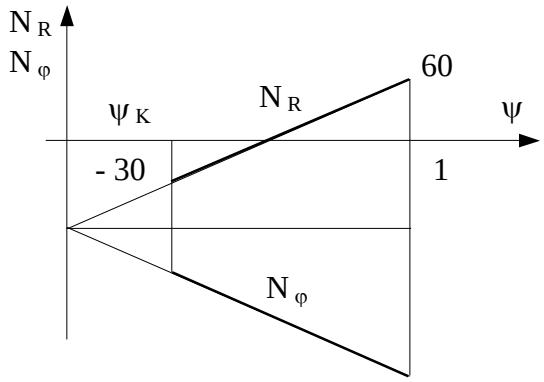
1. Írja fel a peremfeltételeket!
2. Vázolja az N_R , N_{φ} felületi feszültségek diagramját abban az esetben, ha a Mohr szerinti redukált feszültség maximuma éppen megegyezik a megengedett feszültséggel!
3. Számítsa ki a tárcsa külső sugarát!

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

Megoldás:

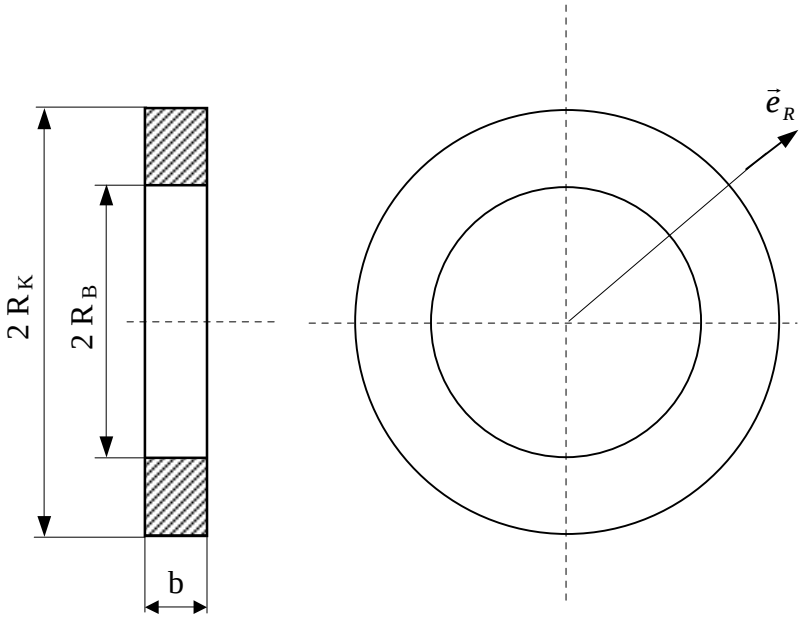
1.
$$R = R_B \quad \rightarrow \quad \psi = 1 \quad \rightarrow \quad N_R = 60\ N/mm$$
$$R = R_K \quad \rightarrow \quad \psi_K = R_B^2 / R_K^2 \quad \rightarrow \quad N_R = -30\ N/mm$$

2.



3. $R_K = 160\ mm$

ASF4. Az állandó b vastagságú tárcsát állandó sűrűségű, sugárirányú megoszló erőrendszer terheli. Ismert a tárcsa $R = R_K$ külső palástján fekvő pontokban az N_R és N_φ felületi feszültség értéke: $N_R(R = R_K) = -18\ N/mm$, $N_\varphi(R = R_K) = 54\ N/mm$.
$b = 5\ mm$; $R_B = 120\ mm$; $R_K = 200\ mm$; $\vec{f}_B = f_B\,\vec{e}_R$; $\vec{f}_K = f_K\,\vec{e}_R$.

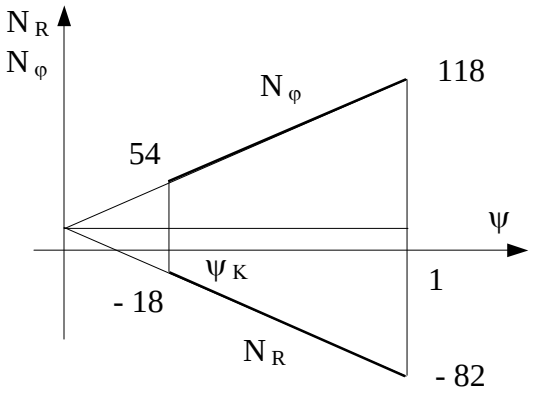


PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

1. Vázolja az N_R , N_φ felületi feszültségek diagramját!
2. Számítsa ki az f_B és f_K értékét!
3. Ellenőrizze a tárcsát Mohr elmélete alapján, ha $\sigma_{meg} = 50\ MPa$!

Megoldás:

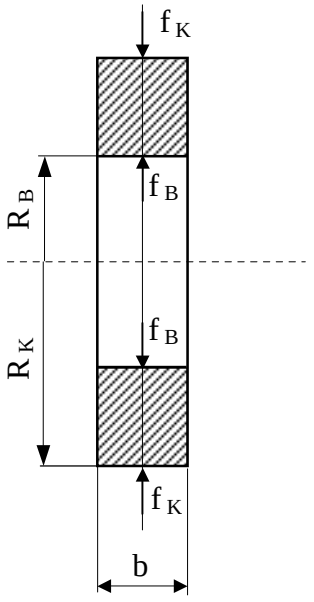
1.



2. $f_B = 82\ N/mm$; $f_K = -18\ N/mm$.

3. $\overline{\sigma}^{M}_{red\,\max} = 40\ MPa < \sigma_{meg} = 50\ MPa$, *a tárcsa megfelel.*

ASF5. Az ábrán vázolt b vastagságú tárcsát $f_B = 100\ N/mm$ és $f_K = 10\ N/mm$ sűrűségű erőrendszer terheli.
$R_B = 50\ mm$; $b = 4\ mm$; $G = 8 \cdot 10^4\ MPa$; $\nu = 1/3$.



PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

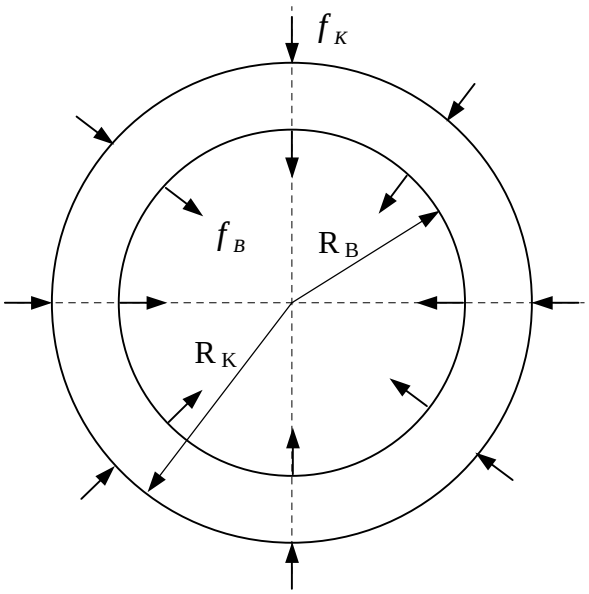
1. Határozza meg Mohr elmélete alapján az R_K külső sugár értékét, ha $\sigma_{meg} = 60\ MPa$!
2. Határozza meg az $R = 100\ mm$ sugarú helyen a radiális irányú $\bar{u}$ elmozdulást!

Megoldás:

1. $R_K = 100\ mm$

2. $\bar{u} = 0{,}00625\ mm$

ASF6. Ismert az ábrán vázolt, peremén terhelt tárcsa geometriája és terhelése.
$R_B = 80\ mm$; $R_K = 160\ mm$; $b = 4\ mm$; $f_B = 160\ mm$; $f_K = 140\ mm$.



1. Írja fel a feladat peremfeltételeit, majd határozza meg az R_K külső sugár tetszőleges P pontjában az $N_\varphi(R_K)$ felületi feszültséget!
2. Milyen irányú és nagyságú $\vec{f}_K^{\,*}$ külső peremen ható terhelés esetén lesz a belső kerület pontjaiban $N_\varphi(R_B) = 0$? A tárcsa belső peremének terhelése, valamint geometriája változatlan.

Megoldás:

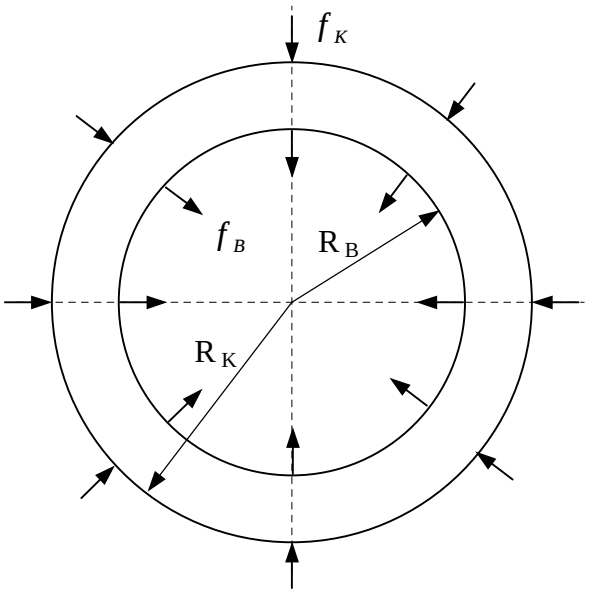
1.
$$R = R_B \quad \rightarrow \quad \psi = 1 \quad \rightarrow \quad N_R = 160\ N/mm$$
$$R = R_K \quad \rightarrow \quad \psi_K = 1/4 \quad \rightarrow \quad N_R = -140\ N/mm$$

$A = -240\ N/mm$; $B = -400\ N/mm$; $N_\varphi(R_K) = -340\ N/mm$.

2. $A = 80\ N/mm$; $B = -80\ N/mm$; $\vec{f}_K^{\,*} = 100\,\vec{e}_R\ N/mm$, *azaz a testből kifelé mutat.*

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

ASF7. Ismert az ábrán vázolt, peremén terhelt tárcsa geometriája és terhelése.
$R_B = 80\ mm$; $R_K = 160\ mm$; $b = 5\ mm$; $f_B = 80\ mm$; $f_K = 70\ mm$.

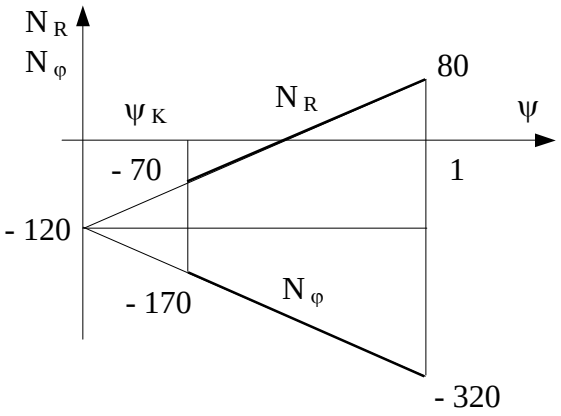


1. Írja fel a feladat peremfeltételeit!
2. Diagram alapján számítsa ki az R_K külső sugár tetszőleges P pontjában a $\overline{\sigma}_\varphi\left(R_K\right)$ feszültséget!

Megoldás:

1.
$$R = R_B \quad \rightarrow \quad \psi = 1 \quad \rightarrow \quad N_R = 80\ N/mm$$
$$R = R_K \quad \rightarrow \quad \psi_K = 1/4 \quad \rightarrow \quad N_R = -70\ N/mm$$

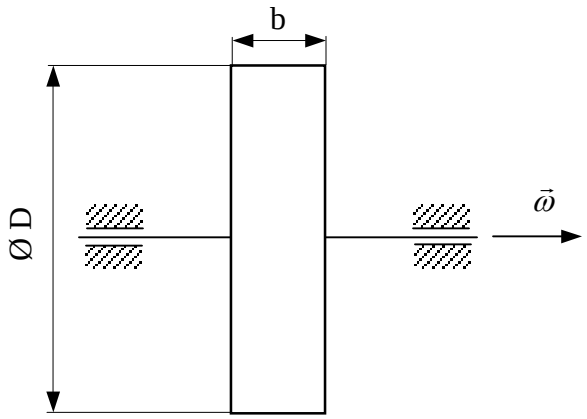
2.



$\overline{\sigma}_\varphi\left(R_K\right) = -34\ MPa$

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

ASF8. Az ábrán vázolt tárcsa ω szögsebességgel forog. A Poisson tényező értéke: $\nu = 1/3$, a tárcsa anyagának sűrűsége $\rho = 8 \cdot 10^3\ kg/m^3$.
$D = 100\ mm$, $\bar{\sigma}_{\omega 0} = 30\ MPa$, $b = 10\ mm$.



1. Írja fel a $\bar{\sigma}_R(\lambda)$, $\bar{\sigma}_\varphi(\lambda)$ függvényeket és peremfeltételekből határozza meg a képletekben szereplő állandókat!
2. Rajzolja meg a $\bar{\sigma}_R(\lambda)$, $\bar{\sigma}_\varphi(\lambda)$, $\bar{\sigma}_z(\lambda)$ diagramokat!
3. Határozza meg Mohr elmélete alapján a redukált feszültség maximumát!
4. Mekkora lehet a tárcsa legnagyobb szögsebessége abban az esetben, ha a megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 140\ MPa$?

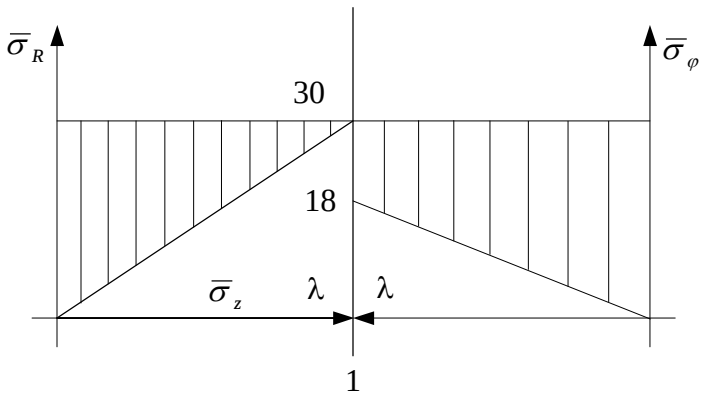
Megoldás:

1. $\bar{\sigma}_R = A - \frac{B}{\lambda} - \bar{\sigma}_{\omega 0}\,\lambda \qquad \bar{\sigma}_R = \bar{\sigma}_{\omega 0}(1-\lambda)$

$\bar{\sigma}_\varphi = A + \frac{B}{\lambda} - \mu_3\,\bar{\sigma}_{\omega 0}\,\lambda \qquad \bar{\sigma}_\varphi = \bar{\sigma}_{\omega 0}(1-\mu_3\,\lambda)$

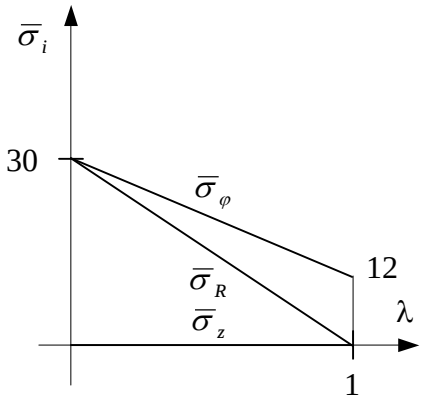
$A = \bar{\sigma}_{\omega 0} = 30\ MPa\,; \quad B = 0 \qquad \bar{\sigma}_z = 0$

2.



PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

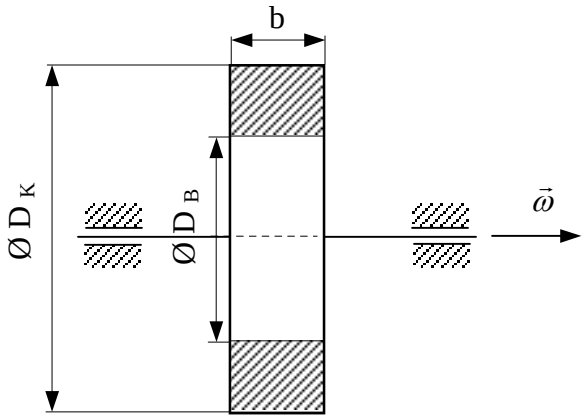
vagy



3. $\bar{\sigma}_{red\,\max} = 30\ MPa$

$\omega = 4098{,}8\ rad/s$

ASF9. Az ábrán vázolt tárcsa ω szögsebességgel forog. A Poisson tényező értéke: $\nu = 1/3$, a tárcsa anyagának sűrűsége $\rho = 8 \cdot 10^3\ kg/m^3$.
$D_K = 100\ mm$, $D_B = 40\ mm$, $\bar{\sigma}_{\omega 0} = 30\ MPa$, $b = 10\ mm$.



1. Írja fel a $\bar{\sigma}_R(\lambda)$, $\bar{\sigma}_\varphi(\lambda)$ függvényeket és peremfeltételekből határozza meg a képletekben szereplő állandókat!
2. Rajzolja meg a $\bar{\sigma}_R(\lambda)$, $\bar{\sigma}_\varphi(\lambda)$, $\bar{\sigma}_z(\lambda)$ diagramokat!
3. Határozza meg Mohr elmélete alapján a redukált feszültség maximumát!
4. Mekkora lehet a tárcsa legnagyobb szögsebessége abban az esetben, ha a megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 140\ MPa$?

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

Megoldás:

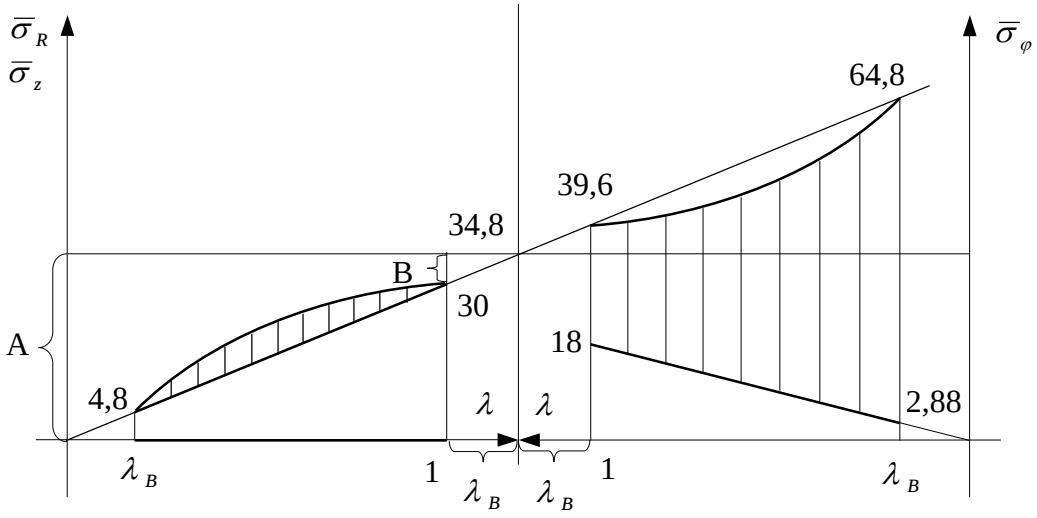
$$\overline{\sigma}_R = A - \frac{B}{\lambda} - \overline{\sigma}_{\omega 0}\ \lambda$$

1. $$\overline{\sigma}_\varphi = A + \frac{B}{\lambda} - \mu_3\ \overline{\sigma}_{\omega 0}\ \lambda$$

$$\overline{\sigma}_z = 0$$

$$A = 34{,}8\ MPa\ ; \quad B = 4{,}8\ MPa$$

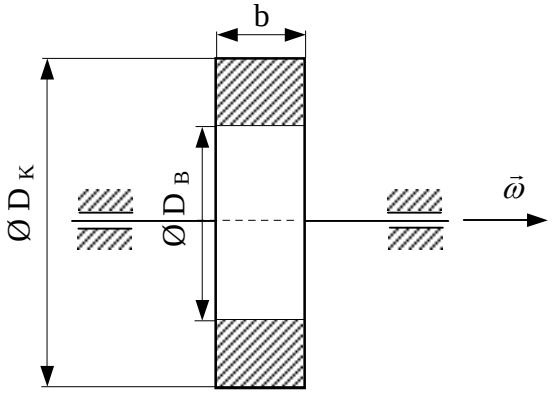
2.



3. $\overline{\sigma}_{red\,\max} = 61{,}92\ MPa$

4. $\omega = 2852{,}98\ rad/s$

ASF10. A b vastagságú, D_K külső és D_B belső átmérőjű furatos tárcsa ω szögsebességgel forog. A Poisson tényező értéke: $\nu = 1/3$, a tárcsa anyagának sűrűsége $\rho = 8 \cdot 10^3\ kg/m^3$. A rugalmassági modulusz $E = 2 \cdot 10^5\ MPa$.
$D_K = 400\ mm$, $D_B = 200\ mm$, $\omega = 300\ rad/s$, $b = 20\ mm$.

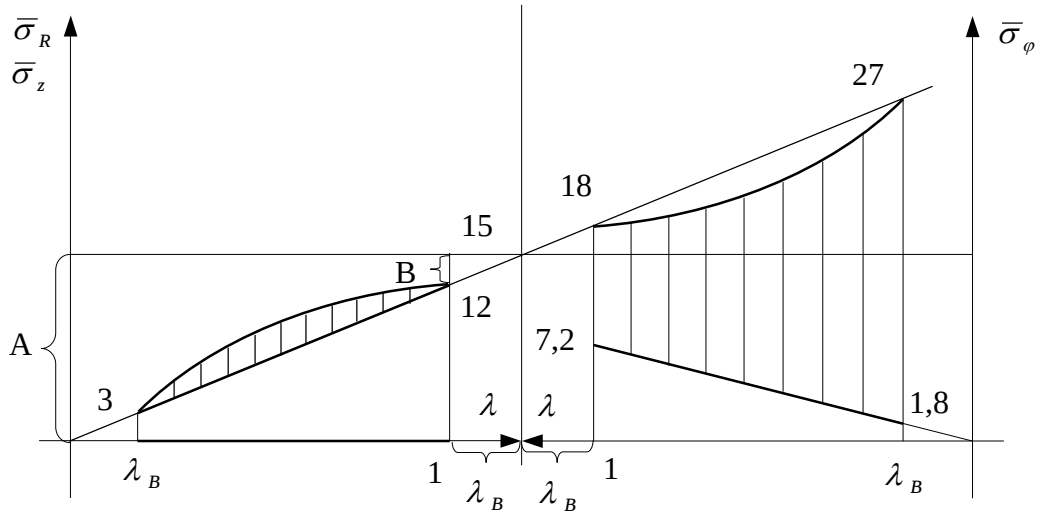


PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

1. Rajzolja meg a $\overline{\sigma}_R(\lambda)$, $\overline{\sigma}_\varphi(\lambda)$, $\overline{\sigma}_z(\lambda)$ diagramokat!
2. Határozza meg az $R_B = D_B / 2$ sugarú helyen a feszültségi tenzor mátrixát henger-koordináta-rendszerben!
3. Végezze el a tárcsa szilárdsági ellenőrzését a Mohr-féle elmélet alapján, ha a megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 80\ MPa$!
4. Számítsa ki a tárcsa belső átmérőjének ΔD_B *megváltozását!*

Megoldás:

1.



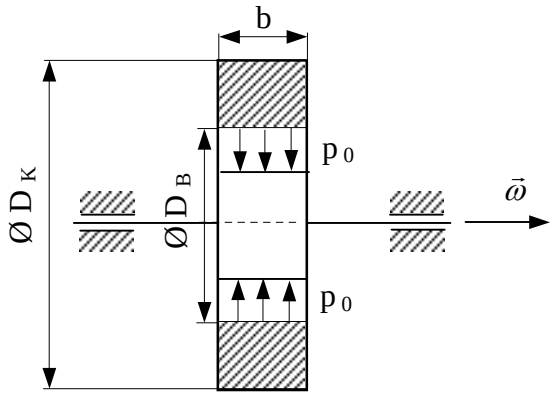
2. $$\left[\underline{\underline{\overline{T}}}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \ MPa$$

3. $\overline{\sigma}_{red\,\max} = 25,2\ MPa < \sigma_{meg} = 80\ MPa$, *a tárcsa megfelel.*

4. $\Delta D_B = 0,0252\ mm$

ASF11. A b vastagságú, D_K külső és D_B belső átmérőjű furatos tárcsa ω szögsebességgel forog. A tárcsát belső palástján állandó p_0 sűrűségű felületi erőrendszer terheli.
$D_K = 160\ mm$, $D_B = 80\ mm$, $\overline{\sigma}_{\omega 0} = 40\ MPa$, $b = 10\ mm$, $p_0 = 15\ MPa$, $\nu = 1/3$.

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

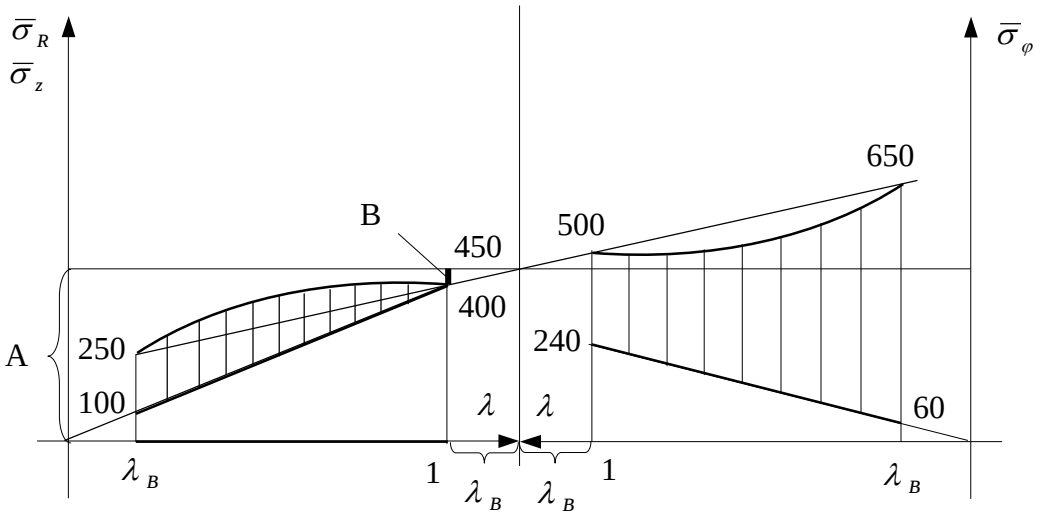


1. Határozza meg az $N_R(\lambda)$, $N_\varphi(\lambda)$ függvényekben szereplő állandókat!
2. Rajzolja meg az $N_R(\lambda)$, $N_\varphi(\lambda)$, $N_z(\lambda)$ diagramokat!
3. Végezze el a tárcsa szilárdságtani ellenőrzését a Mohr-féle elmélet alapján, ha a megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 120\ MPa$!

Megoldás:

1. $N_{\omega 0} = 400\ N/mm$, $\mu_3 = 0{,}6$, $A = 450\ N/mm$, $B = 50\ N/mm$, $f_B = 150\ N/mm$.

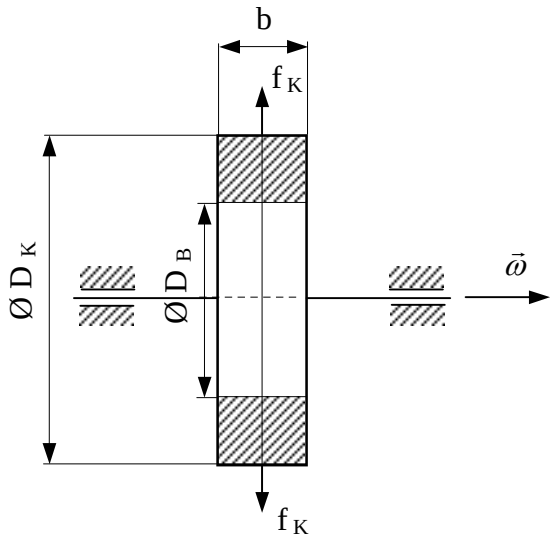
2.



3. $\bar{\sigma}_{red\,max} = 59\ MPa < \sigma_{meg} = 120\ MPa$, *a tárcsa megfelel.*

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

ASF12. A b vastagságú, D_K külső és D_B belső átmérőjű furatos tárcsa ω szögsebességgel forog.
$\lambda_B = 1/3$, $N_{\omega 0} = 150\ N/mm$, $b = 4\ mm$, $\mu_3 = 0{,}6$, $f_K = 80\ N/mm$.



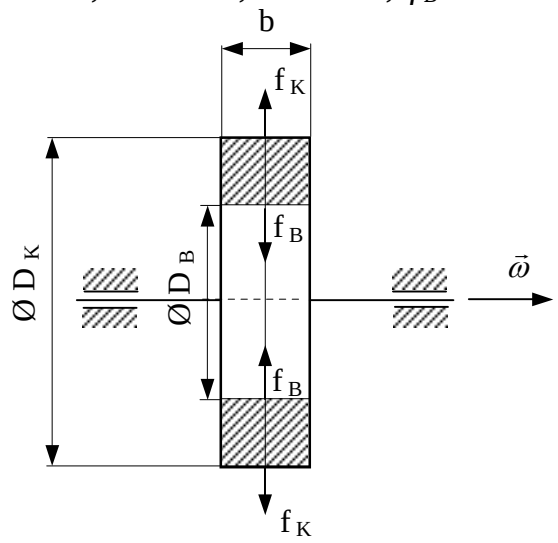
1. Számítsa ki $N_{\varphi max}$ értékét!
2. Végezze el a tárcsa szilárdságtani ellenőrzését a Mohr-féle elmélet alapján, ha a megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 150\ MPa$!

Megoldás:

1. $N_{\varphi max} = 560\ N/mm$

2. $\overline{\sigma}_{red\,\max} = 140\ MPa < \sigma_{meg} = 150\ MPa$, *a tárcsa megfelel.*

ASF13. Az állandó szögsebességgel forgó furatos tárcsát f_B és f_K állandó sűrűségű, vonal mentén megoszló erőrendszer terheli.
$\lambda_B = 0{,}5$, $N_{\omega 0} = 200\ N/mm$, $b = 5\ mm$, $\nu = 1/3$, $f_B = 10\ N/mm$, $R_K = 500\ mm$.



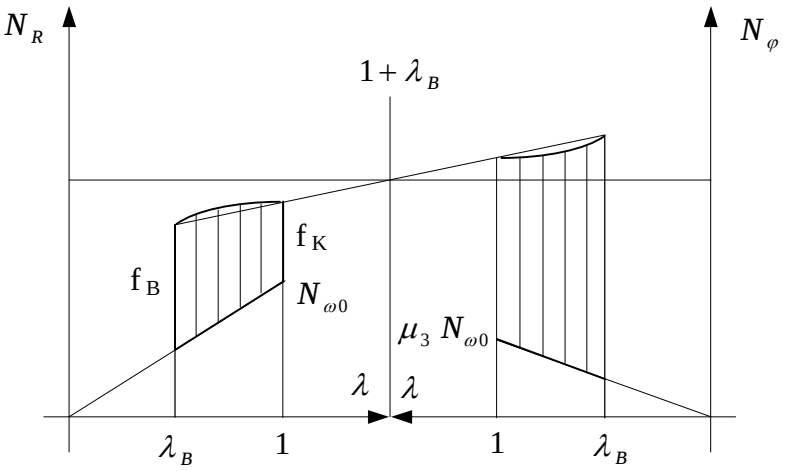
PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

1. Számítsa ki az R_B belső sugár értékét!
2. Vázolja jelleghelyesen az $N_R(\lambda)$, $N_\varphi(\lambda)$ diagramokat!
3. Határozza meg az f_K sűrűség értékét, ha $N_\varphi(R_B) = 500\ N/mm$!
4. Állítsa elő és szemléltesse a felületi feszültségi tenzort az R_B helyen!
5. Számítsa ki az R_B helyen az alakváltozási tenzor mátrixának elemeit hengerkoordináta-rendszerben, ha a csúsztató rugalmassági modulusz $G = 0{,}8 \cdot 10^5\ MPa$!

Megoldás:

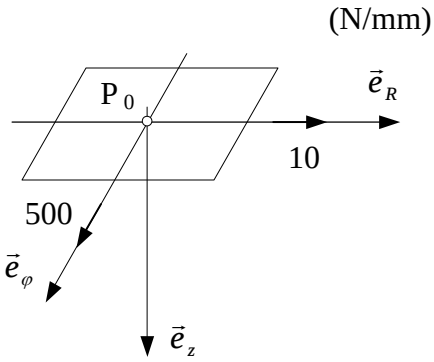
1. $R_B = 353{,}6\ mm$

2.



3. $f_K = 7{,}5\ N/mm$

4.



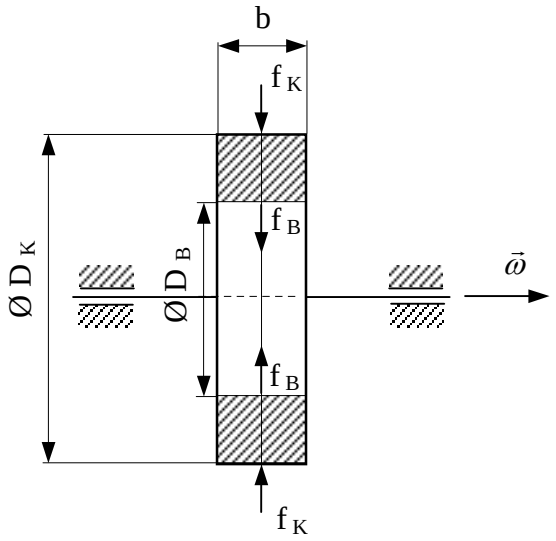
$$\left[\underline{\underline{N}}\left(R=R_B\right)\right]=\begin{bmatrix}10 & 0\\ 0 & 500\end{bmatrix}\ N/mm$$

5.
$$\left[\underline{\underline{A}}\left(R=R_B\right)\right]=\begin{bmatrix}-1{,}72 & 0 & 0\\ 0 & 4{,}66 & 0\\ 0 & 0 & -1{,}59\end{bmatrix}\cdot 10^{-4}$$

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com

ASF14. A b vastagságú, D_K külső és D_B belső átmérőjű furatos tárcsa ω szögsebességgel forog.

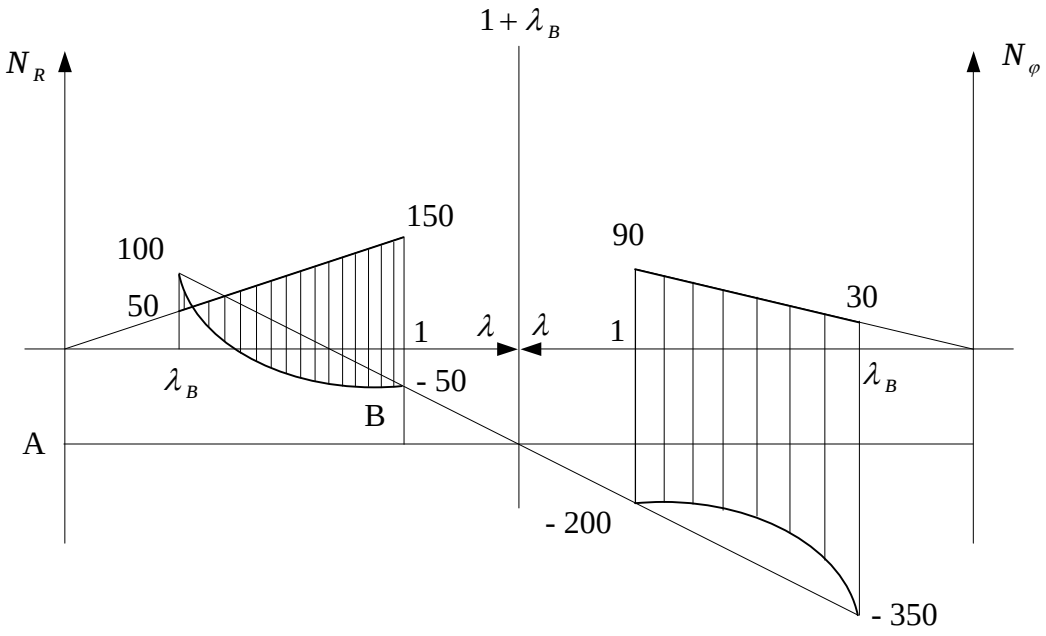
$\lambda_B = 1/3$, $N_{\omega 0} = 150\ N/mm$, $b = 5\ mm$, $\mu_3 = 0{,}6$, $f_B = 50\ N/mm$, $f_K = 200\ N/mm$.



1. Rajzolja meg az $N_R(\lambda)$, $N_\varphi(\lambda)$ diagramokat!
2. Állítsa elő a felületi feszültségi tenzort az R_B helyen!

Megoldás:

1.



2. $\left[\underline{\underline{N}}\left(R = R_B\right)\right] = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & -380 \end{bmatrix} \ N/mm$

PDF created with FinePrint pdfFactory trial version http://www.fineprint.com