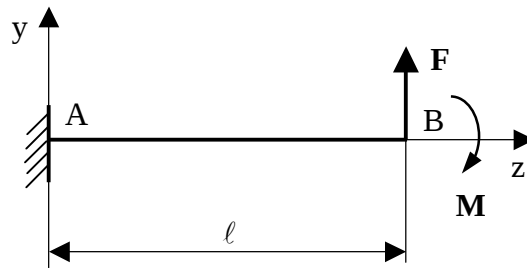


Ritz módszer:

A feladatok megoldása során alkalmazza Ritz módszerét és csak a hajlításból származó energiát vegye figyelembe!

Ritz1. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, befalazott rúd. A rúd anyaga homogén, izotróp. Feladat a tartó lehajlásának közelítő meghatározása. $I_x E = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező y tengellyel párhuzamos koordinátája a következő alakú:

- a. $v(z) = c_1 z^2$
- b. $v(z) = c_1 z^2 + c_2 z^3$

Vizsgálja meg, hogy a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges-e? Határozza meg az elmozdulásmezőben szereplő konstansokat!

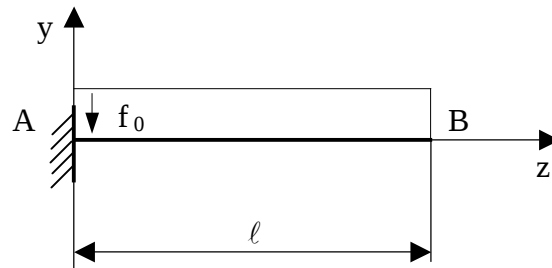
Megoldás:

a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges

$$\text{a. } c_1 = \frac{F \ell - 2 M}{4 I_x E}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } c_1 &= \frac{F \ell - M}{2 I_x E} \\ c_2 &= -\frac{F}{6 I_x E} \end{aligned} \quad (\text{egzakt megoldás is})$$

Ritz2. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, befalazott rúd. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$, $f_0 = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező y tengellyel párhuzamos koordinátája a következő alakú:

$$v(z) = c \left(1 - \cos \frac{\pi z}{2\ell} \right)$$

Határozza meg a tartó legnagyobb lehajlását és a tartóban ébredő legnagyobb feszültséget!

Megoldás:

$$v_{\max} = v(z = \ell) = -\frac{32}{\pi^4} \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \frac{f_0 \ell^4}{I_x E} \cong -0,11937 \frac{f_0 \ell^4}{I_x E}$$

$$M_{h\max} = M_h(z = 0) = \frac{8}{\pi^2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) f_0 \ell^2$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{h\max}}{K_x} = \frac{8}{\pi^2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \frac{f_0 \ell^2}{K_x} \cong 0,29454 \frac{f_0 \ell^2}{K_x}$$

Pontos megoldás:

$$v_{\max} = v(z = \ell) = -\frac{f_0 \ell^4}{8 I_x E} = -0,125 \frac{f_0 \ell^4}{I_x E}$$

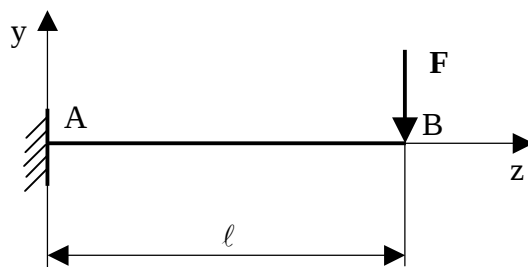
Hiba: 4,5 %

$$M_{h\max} = M_h(z = 0) = \frac{f_0 \ell^2}{2}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{h\max}}{K_x} = \frac{f_0 \ell^2}{2 K_x} = 0,5 \frac{f_0 \ell^2}{K_x}$$

Hiba: 41 %

Ritz3. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, befalazott rúd. A rúd anyaga homogén, izotróp. Feladat a tartó lehajlásának közelítő meghatározása. $I_x E = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező y tengellyel párhuzamos koordinátája a következő alakú:

$$v(z) = c_1 z^2 + c_2 z^3$$

Vizsgálja meg, hogy a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges-e? Határozza meg az elmozdulásmezőben szereplő konstansokat!

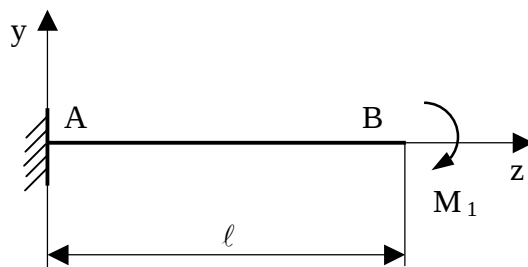
Megoldás:

a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges

$$c_1 = -\frac{F \ell}{2 I_x E}$$

$$c_2 = \frac{F}{6 I_x E}$$

Ritz4. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, befalazott rúd. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező y tengellyel párhuzamos koordinátája a következő alakú:

$$v(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 \quad c_i = \text{áll.}$$

Mi a feltétele annak, hogy a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges legyen? Határozza meg az elmozdulásmezőben szereplő konstansokat! Vizsgálja meg, hogy a kapott elmozdulás közelítő vagy egzakt megoldás-e?

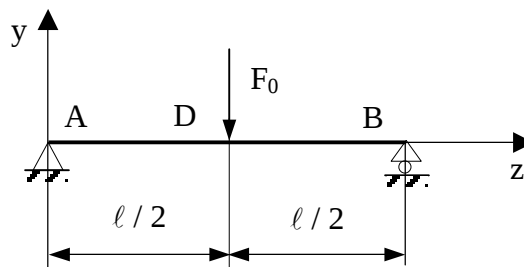
Megoldás:

a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges, ha $c_0 = 0$ és $c_1 = 0$

$$c_2 = -\frac{M_1}{2 I_x E}$$

a kapott elmozdulás egzakt megoldás

Ritz5. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, kéttámaszú tartó. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező a következő alakú:

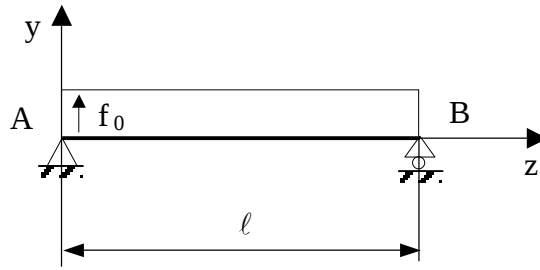
$$v(z) = c \sin \frac{\pi z}{\ell}$$

Határozza meg a D jelű keresztmetszetben ébredő M_{hD} hajlítónyomatékot!

Megoldás:

$$M_{hD} = -\frac{2 F_0 \ell}{\pi^2} \cong -0,2026 F_0 \ell \quad (\text{Pontos megoldás: } M_{hD} = -0,25 F_0 \ell)$$

Ritz6. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, kéttámaszú tartó. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező a következő alakú:

a. $v(z) = c \sin \frac{\pi z}{\ell}$

b. $v(z) = c (z^3 - \ell z^2)$

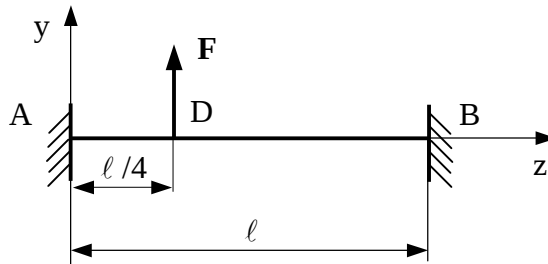
Határozza meg az elmozdulásmezőben szereplő c konstans értékét!

Megoldás:

a. $c = \frac{4 f_0 \ell^4}{I_x E \pi^5}$

b. $c = -\frac{f_0 \ell}{48 I_x E}$

Ritz7. Adott az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, befalazott rúd. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező a következő alakú:

$$v(z) = c \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\ell} z \right)$$

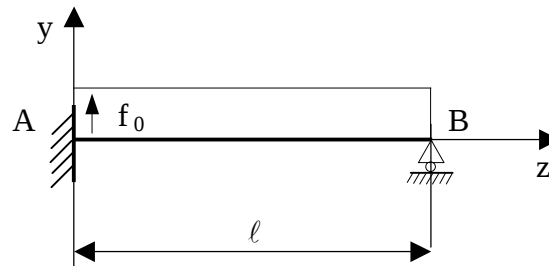
Vizsgálja meg, hogy a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges-e? Határozza meg a D jelű keresztmetszet y tengely irányú elmozdulásának $|v_D|$ abszolút értékét!

Megoldás:

a megadott elmozdulásmező kinematikailag lehetséges

$$|v_D| = \frac{F \ell^3}{8 I_x E \pi^4}$$

Ritz8. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű tartó. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$, $f_0 = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező y tengellyel párhuzamos koordinátája a következő alakú:

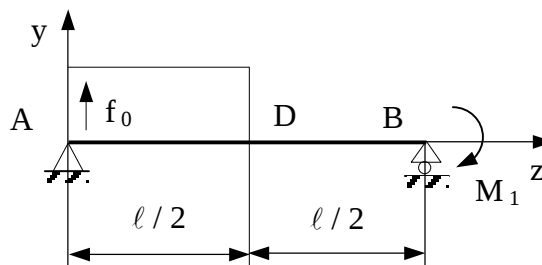
$$v(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 + c_4 z^4$$

Határozza meg az elmozdulásmezőt!

Megoldás:

$$v(z) = \frac{f_0}{48 I_x E} (3 \ell^2 z^2 - 5 \ell z^3 + 2 z^4)$$

Ritz9. Ismeretes az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű, kéttámaszú tartó. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező a következő alakú:

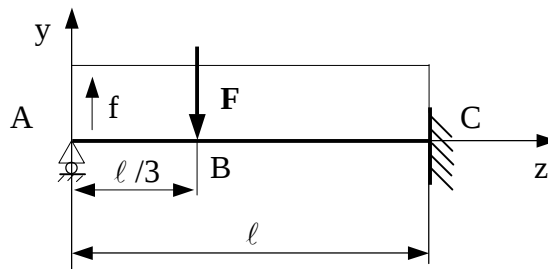
$$v(z) = c \sin \frac{\pi z}{\ell}$$

Határozza meg az elmozdulásmezőben szereplő c konstans értékét!

Megoldás:

$$c = \frac{2 f_0 \ell^4 + 2 M_1 \ell^2 \pi^2}{I_x E \pi^5}$$

Ritz10. Adott az ábrán vázolt állandó keresztmetszetű rúd. A rúd anyaga homogén, izotróp. $I_x E = \text{áll.}$, $f = \text{áll.}$



Legyen az elmozdulásmező a következő alakú:

$$v(z) = c \left(\cos \frac{\pi z}{\ell} - \cos \frac{3\pi z}{\ell} \right)$$

Számítsa ki a B jelű keresztmetszet elmozdulását!

Megoldás:

$$v_B = - \frac{9 F \ell^3}{164 I_x E \pi^4}$$